

ارزیابی تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند در تحلیل و مدل سازی رشد ترک در مسائل مختلف در حالت دو بعدی

رضا رشمه کریم^{۱*}، احمد عزیزی^۲ + محمد جعفری^۳

۱- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران

۳- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

ایمیل نویسنده مسئول: rezarashmehkarim321@yahoo.com

چکیده

تحلیل و مدل سازی نحوه رشد ترک دینامیکی در اجسام و سازه ها یکی از موارد مهم برای طراحی روش های جلوگیری رشد ترک یا توقف ترک و جهت جلوگیری از وقوع شکست ناگهانی و در نتیجه افزایش عمر سازه ها می باشد. تا کنون تحقیقات گسترده ای در زمینه مدل سازی شکست، رشد ترک و آسیب در اجسام، توسط پژوهشگران صورت گرفته است. با وجود این پژوهش ها هنوز مشکلات زیادی در زمینه مدل سازی شکست، رشد ترک و آسیب در اجسامی که دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی ها می باشند، وجود دارد. در سال های اخیر نظریه جدیدی تحت عنوان تئوری پری داینامیک برای مدل سازی و تحلیل چنین مسائلی ارائه شده است. چارچوب فرمول بندی تئوری پری داینامیک بر اساس معادلات انتگرالی می باشد. همچنین نقاط منفرد، ناپیوستگی ها و آسیب در جسم و مدل سازی آن ها به عنوان نوعی دیگر از تغییر شکل و جزیی از معادلات ساختاری این تئوری می باشند. در نتیجه می توان از تئوری پری داینامیک بطور مستقیم و بدون نیاز به روابط تکمیلی جهت مدل سازی رشد ترک در مسائلی که شامل نقاط منفرد و ناپیوستگی ها هستند، استفاده کرد. در این پژوهش به مدل سازی رشد ترک دینامیکی و همچنین بررسی عوامل موثر بر رشد ترک و چندشاخه شدن آن در اجسام با استفاده از تئوری پری داینامیک در نرم افزار لمپس پرداخته شده و همچنین نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج دیگر مطالعات اعتبارسنجی شده است. با مقایسه نتایج حاصل نشان دهنده این است که تئوری پری داینامیک به خوبی و با دقت بسیار بالا و بدون تغییر در معیار و با هزینه محاسباتی بسیار کم قادر به مدل سازی رشد ترک و آسیب در سازه ها و اجسام است. همچنین نحوه رشد ترک در جسم و چندشاخه شدن آن به مقدار تنش اعمالی بر جسم، تعداد مکان سوراخ ها و زاویه پیش ترک در جسم و همچنین نحوه بارگذاری بر جسم مورد نظر وابسته است.

کلیدواژه: تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند، شدت تنش اعمالی، تعداد و مکان سوراخ ها در جسم، زاویه پیش ترک نحوه بارگذاری

۱ - مقدمه

تحلیل و مدل‌سازی شکست و رشد ترک در سازه‌های مختلف یکی از مسائل مهم مکانیک شکست است. این مسئله به دلیل جلوگیری از وقوع شکست ناگهانی در اجسام و سازه‌ها از اهمیت بسیار بالایی برخوردار می‌باشد. با پیش‌بینی و کنترل جهت‌گیری رشد و گسترش آسیب و ترک در سازه و هدایت ترک و آسیب در راستای یک منحنی خاص می‌توان مانع از رسیدن آسیب و ترک به نواحی ضعیف سازه موردنظر و در نتیجه افزایش عمر سازه شد.

در سال‌های اخیر مطالعات و پژوهش‌های زیادی در زمینه تحلیل و مدل‌سازی آسیب، رشد ترک و شکست در اجسام و سازه‌ها به خصوص پیش‌بینی و کنترل مسیر رشد ترک در اجسام و سازه‌ها تحت شرایط مختلف بارگذاری و ساختاری توسط بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته‌است. بطور کلی تئوری‌ها و روش‌هایی که تاکنون توسط پژوهشگران جهت تحلیل و مدل‌سازی شکست و رشد ترک در اجسام و سازه‌ها استفاده شده به دو دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول، روش‌ها و مدل‌هایی بر مبنای تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته (تئوری کلاسیک مکانیک جامدات) و دسته دوم، روش‌هایی بر اساس تئوری دینامیک مولکولی می‌باشند که هر کدام از این روش‌ها دارای نقص‌ها و مشکلات خاصی در زمینه تحلیل و مدل‌سازی آسیب و رشد ترک در اجسام و سازه‌ها می‌باشند. به عنوان مثال، همانطور که می‌دانیم اساس فرمول‌بندی ریاضی تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته بر اساس معادلات مشتقات جزئی می‌باشد، بنابراین روش‌ها و مدل‌هایی که بر اساس تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته می‌باشند، نمی‌توانند بطور مستقیم برای تحلیل و مدل‌سازی اجسامی که دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی در هندسه جسم و یا میدان جابجایی هستند، بکار روند و نیاز به روابط و معیارهای تکمیلی و اضافی جهت تحلیل و مدل‌سازی چنین مسائلی دارند. در روش‌هایی بر مبنای تئوری مکانیک کلاسیک جامدات جهت مدل‌سازی رشد ترک و آسیب در اجسام اغلب از روش اجزای محدود و... استفاده می‌شود که برای استفاده از این روش باید محل اولیه ترک و مسیر رشد آن مشخص باشد که این امر موجب وابستگی شدید این روش‌ها به نوع مش و هندسه آن می‌شود. همچنین روش‌ها و مدل‌هایی که بر مبنای تئوری دینامیک مولکولی می‌باشند و در زمینه تحلیل و مدل‌سازی شکست و رشد ترک در اجسام بکار می‌روند، دارای مشکلاتی مانند کوچک بودن مقیاس طولی و زمانی می‌باشند. در واقع مقیاس طولی که تئوری دینامیک مولکولی می‌تواند پوشش دهد، بسیار کمتر از ابعاد واقعی اجسام و سازه‌های مورد بررسی می‌باشد. همچنین مقیاس زمانی که در مدل‌ها بکار می‌رود، بسیار کوتاه است. از این رو، جهت تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک و شکست در اجسام و سازه‌ها در روش‌هایی که بر مبنای تئوری دینامیک مولکولی می‌باشند، از نرخ بارگذاری‌های بسیار زیاد در شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌شود که در واقعیت اینگونه نیست.

محدودیت‌های روش‌های مرسوم در زمینه تحلیل آسیب، شکست و رشد ترک در اجسام و سازه‌های دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی انگیزه‌ای شد تا سیلینگ در سال ۲۰۰۰ طی مطالعه‌ای تحت عنوان بازنویسی فرمول‌بندی تئوری الاستیسیته برای ناپیوستگی‌ها و نیروهای بلند برد، نظریه جدیدی تحت عنوان تئوری پری‌دینامیک را ارائه کند که می‌تواند به خوبی شروع ترک و شکست در سازه و گسترش آن در نقاط مختلف جسم و اثرات آن بر دینامیک سازه را در اجسام و سازه‌هایی که دارای هرگونه نقاط منفرد و ناپیوستگی‌ها هستند تحلیل و مدل‌سازی کند [۱]. فرمول‌بندی تئوری پری‌دینامیک بر پایه معادلات انتگرالی و انتگرالی-دیفرانسیلی می‌باشد. نقاط منفرد، ناپیوستگی‌ها و آسیب در اجسام و مدل‌سازی آن‌ها در تئوری پری‌دینامیک به عنوان نوعی دیگر از تغییر شکل در نظر گرفته شده و جزئی از معادله ساختاری این تئوری می‌باشند. به عبارتی دیگر در تئوری پری‌دینامیک بین نقاطی از جسم که جابجایی یا هر کدام از مشتقات جابجایی در آن نقطه ناپیوسته باشند، تمایزی وجود ندارد. همچنین در این تئوری نیاز به تعریف معیار جداگانه برای شروع ترک، رشد، رشد، چندشاخه شدن، ناپایداری، سرعت و جهت ترک نیست و تمام این پدیده‌ها در معادلات حرکت و معادلات ساختاری سازه در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه تئوری پری‌دینامیک می‌تواند بطور مستقیم و بدون نیاز به روابط تکمیلی جهت مدل‌سازی شکست، رشد ترک در مسائلی که اجسام و سازه‌ها دارای نقاط منفرد و ناپیوستگی‌های مختلف می‌باشند، بکار رود. معادلات تئوری پری‌دینامیک با مفهوم پیوستگی در یک فاصله متناهی که خط افق (δ) نام دارد، گسترش یافته و بر اساس یک مدل از نیروهای داخلی میان ذرات موجود در جسم بیان می‌شوند که در آن نقاط مادی (ذرات) به طور مستقیم در فاصله‌ای نزدیک به هم نیرو وارد می‌کنند. درحالی که تئوری مکانیک کلاسیک جامدات بر اساس توزیع پیوسته جرم در یک جسم می‌باشد و بر این فرضیه استوار است که تمام نیروهای داخلی، نیروهای تماسی هستند که دو ذره در فاصله صفر از یکدیگر (دو ذره مجاور) بر هم وارد می‌کنند. با توجه به مطالب گفته‌شده، می‌توان نظریه مکانیک کلاسیک جامدات را حالت خاصی از تئوری پری‌دینامیک به شمار آورد. در واقع، زمانی که مقدار خط افق (δ) در تئوری پری-دینامیک به صفر میل کند ($\delta \rightarrow 0$)، تئوری پری‌دینامیک به نظریه مکانیک کلاسیک جامدات همگرا می‌شود.

در سال‌های اخیر پژوهش‌های زیادی روی مسائل مختلف مهندسی مکانیک در زمینه تحلیل رفتار الاستیک مواد، رفتار غیرخطی مواد [۲]، رفتار پلاستیک [۳-۴]، رفتار ویسکوالاستیک [۵-۷]، رفتار هایپرالاستیک [۸-۱۰] و مدل‌سازی آسیب رشد ترک در آن‌ها با استفاده از تئوری پری‌دینامیک صورت گرفته است [۱۱-۱۵]. به عنوان مثال، سیلینگ و عسکری [۱۶] در پژوهشی روش بدون مش بر پایه نظریه پری‌دینامیک را که برای حل عددی مسائل دینامیکی در این تئوری به کار می‌رود، ارائه نمودند. همچنین آن‌ها در این پژوهش، پایداری و دقت تئوری پری‌دینامیک را مورد بررسی قرار داده و با بررسی مثال‌هایی ویژگی‌های این تئوری را در مدل‌سازی آسیب و رشد ترک در شکست ترد دینامیکی نشان دادند. اجرای تئوری پری‌دینامیک در کد دینامیک مولکولی در نرم‌افزار ای‌ام یو [۱۷] و همچنین پیاده‌سازی نظریه پری‌دینامیک در نرم‌افزار لمپس [۱۸] توسط سیلینگ و همکارانش از دیگر پژوهش‌های انجام شده در زمینه نظریه پری‌دینامیک می‌باشد. در سال ۲۰۰۷ سیلینگ و همکاران [۳] به توسعه نظریه پری‌دینامیک و رفع محدودیت‌های آن پرداختند. آن‌ها تئوری پری‌دینامیک را بر اساس نیروی بین نقاط مادی (ذرات ماده) به سه مدل تقسیم کردند. مدل اول، تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند است که در آن نیروی پیوند بین دو نقطه مادی در راستای خط واصل آن دو نقطه مادی مورد نظر و مستقل از پیوندهای میان دیگر نقاط مادی می‌باشد. مدل دوم، تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر حالت نوع اول (حالت- مبنا نوع معمولی) است که در آن نیروی پیوند بین دو نقطه مادی در راستای خط واصل آن دو نقطه مادی و وابسته به پیوندهای میان دیگر نقاط مادی می‌باشد. مدل سوم، تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر حالت نوع دوم (حالت- مبنا نوع مضاعف) است که نیروی پیوند بین دو نقطه مادی در هر راستایی می‌تواند باشد و وابسته به پیوندهای میان دیگر نقاط مادی می‌باشد. ها و بوبارو طی پژوهش‌هایی به مدل‌سازی رشد ترک و شکست ترد دینامیکی و تحلیل عوامل موثر بر نحوه رشد ترک در جسم با استفاده از تئوری پری‌دینامیک پرداختند [۱۹-۲۱]. آگوا و همکاران [۲۲] به مقایسه نتایج تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک با استفاده از تئوری پری‌دینامیک را با نتایج حاصل از روش المان محدود توسعه یافته و مدل‌های ناحیه چسبیده پرداخت. نتایج حاصل از این پژوهش حاکی از آن است که سرعت‌های محاسبه شده برای رشد ترک در تمام روش‌ها تقریباً برابر است. با این حال پیش‌بینی شکست مسیرهای رشد ترک و چندشاخه شدن آن توسط تئوری پری‌دینامیک به مشاهدات تجربی نزدیک‌تر است. سیلینگ و همکاران [۲۳] شرطی برای شروع ترک و جوانه‌زنی آن در جسم الاستیک ارائه کردند. آن‌ها نشان دادند که برای رشد ترک تنها نیاز به داشتن پارامتر بحرانی شکست در ماده هستیم. این پارامتر در مواد ترد، تغییر طول بحرانی بردار پیوند میان نقاط مادی تشکیل دهنده جسم می‌باشد. ژائو و همکاران [۲۴] طی پژوهشی به مدل‌سازی رشد ترک با استفاده از تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند در مسائل مختلف پرداختند. آن‌ها در این پژوهش نشان دادند که تئوری پری‌دینامیک بدون تغییر در معیار قادر به تحلیل و پیش-بینی مسیر رشد ترک در مسائل و حالت‌های مختلف می‌باشد. ژائو و همکاران [۲۵] تئوری پری‌دینامیک و روش المان محدود توسعه یافته را در مدل‌سازی رشد ترک در مسائل شبه استاتیکی مورد مقایسه قرار دادند. آن‌ها در این پژوهش نشان دادند که نتایج حاصل از مدل‌سازی رشد ترک با استفاده از تئوری پری‌دینامیک به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. شفییعی [۲۶] در پژوهشی دیگر به مدل‌سازی رشد ترک در حالت دو بعدی با استفاده از تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند پرداخت. وی در این پژوهش اثر شدت تنش اعمالی بر جسم و زاویه پیش ترک در جسم را بر چگونگی انتشار ترک در آن مورد بررسی قرار داد. هوانگ و همکاران [۲۷] به پیاده‌سازی تئوری پری‌دینامیک بر پایه روش المان محدود در نرم‌افزار آباکوس پرداختند. باسقلو و همکاران [۲۸] اثر ترک‌های کوچک بر نحوه رشد ترک ناشی از پیش ترک اولیه در جسم را با استفاده از تئوری پری‌دینامیک مورد بررسی قرار دادند. وانگ و همکاران [۲۹] به مدل‌سازی رشد ترک تحت شوک حرارتی و بررسی عوامل موثر بر آن با استفاده از تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند پرداختند. مهرشدهی و همکاران [۳۰] عملکرد تئوری پری‌دینامیک و روش میدان فاز در مدل‌سازی رشد ترک مورد مقایسه قرار دادند. انبارلویی و تودشکی [۳۱] به مدل‌سازی آسیب و نحوه گسترش آن در فولادهای دوفازی با استفاده از تئوری پری‌دینامیک پرداختند. کارپنکو و همکاران [۳۲] در پژوهشی دیگر اثر ابعاد نقص‌ها در جسم و همچنین نحوه چیدمان ترک‌های کوچک در جسم را بر چگونگی انتشار ترک ناشی از پیش ترک اولیه مورد بررسی قرار دادند.

مدل‌سازی رشد ترک و آسیب در اجسام و سازه‌های مختلف ناشی از پدیده برخورد و بارگذاری ضربه‌ای از دیگر پژوهش‌های انجام شده در زمینه تئوری پری‌دینامیک می‌باشد [۳۳-۳۶]. به عنوان نمونه سان و هوانگ [۳۷] به مدل‌سازی آسیب در کامپوزیت چندلایه تحت ضربه پرداختند. لیو و همکاران [۳۸] رشد ترک در تیر دارای ترک اولیه تحت بارگذاری خمش سه نقطه ای را با استفاده از تئوری پری-دینامیک مورد بررسی قرار دادند. اکبری و کاظمی [۳۹] به مدل‌سازی رشد ترک در تیرهای ترک‌دار تحت ضربه پرداختند. آن‌ها در این پژوهش اثر مکان ترک، سرعت ضربه زننده و جنس تیر را بر نحوه رشد ترک در آن مورد بررسی قرار دادند.

یکی دیگر از زمینه‌هایی که در سال‌های اخیر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است، تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک و آسیب در سازه‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری پری‌دینامیک می‌باشد [۴۰-۴۳]. به عنوان مثال، ژو و همکاران [۴۴]، با استفاده از تئوری پری-دینامیک به مدل‌سازی آسیب و انتشار ترک در صفحه کامپوزیتی دارای پیش ترک تحت پدیده ضربه پرداختند. هو و همکاران [۴۵]، طی پژوهشی با استفاده از تئوری پری‌دینامیک به تحلیل و مدل‌سازی رشد ترک در صفحه کامپوزیتی تک جهته دارای پیش ترک در مرکز آن پرداختند. آن‌ها در این پژوهش تاثیر پارامترهایی مانند جهت الیاف در صفحه کامپوزیتی و میزان شدت تنش اعمالی بر جسم را بر چگونگی رشد و انتشار ترک در صفحه کامپوزیتی موردنظر مورد بررسی قرار دادند. قاجاری و همکاران [۴۶] و همچنین تاستان و همکاران [۴۷] در طی پژوهش‌هایی به بررسی رشد ترک و آسیب در مواد ارتوتروپیک پرداختند. دیارگولو و همکاران [۴۸]، مدل‌سازی آسیب در کامپوزیت‌های چندلایه تحت بارگذاری انفجاری با استفاده از تئوری پری‌دینامیک را مورد بررسی قرار دادند. چنگ و همکاران طی پژوهش‌های [۴۹-۵۰] به مدل‌سازی رشد ترک و شکست در مواد مدرج تابعی و بررسی عوامل موثر بر آن با استفاده از تئوری پری‌دینامیک پرداختند.

۲- تئوری پری‌دینامیک

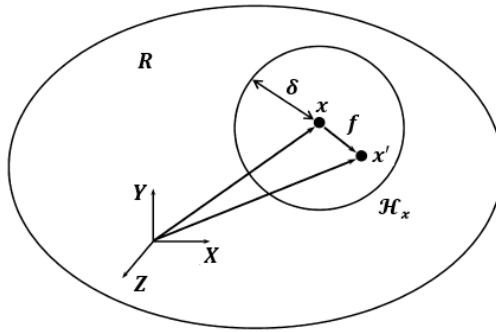
هر جسم در تئوری پری‌دینامیک از تعداد بسیار زیادی نقاط مادی (ذرات) تشکیل شده است که در هر لحظه از زمان هر یک از این نقاط مادی دارای موقعیت خاصی می‌باشند. تئوری پری‌دینامیک، حرکت و تغییر شکل جسم را با توجه به اثر متقابل و تعامل بین نقطه مادی $x(k)$ با بسیاری از نقاط مادی (ذرات) احتمالی دیگر از جسم مانند $x(j)$ ($j = 1, 2, 3, \dots, \infty$) تحلیل و مدل‌سازی می‌کنند. در نتیجه تعداد بی‌شماری از اثرات متقابل می‌توانند بین نقاط مادی $x(k)$ و نقاط مادی دیگر وجود داشته‌باشد، در تئوری پری‌دینامیک فرض می‌شود که محدوده تعامل نقطه مادی $x(k)$ توسط خط افق (δ) ، با نقاط مادی دیگر تعیین شود ($\delta > 0$) و همچنین تمام نقاط مادی که در فاصله ای کمتر از خط افق (δ) از نقطه $x(k)$ می‌باشند، خانواده یا همسایگی نقطه $x(k)$ نامیده می‌شوند و با $\mathcal{H}_{x(k)}$ نشان داده می‌شوند و همچنین فرض می‌شود که اثر نقاط مادی در تعامل با نقطه مادی $x(k)$ در فراتر از ناحیه فامیلی $\mathcal{H}_{x(k)}$ ، محو می‌شوند. در تئوری پری‌دینامیک، تعامل نقطه مادی x با نقطه مادی دیگر x' درون خانواده \mathcal{H}_x از طریق بردار ξ ، که بردار پیوند نامیده دارد، نشان داده می‌شود. بنابراین بی‌شمار پیوند بین نقطه مادی x و نقاط مادی درون خانواده‌اش وجود دارد. با توجه به مطالب گفته شده، خانواده یا همسایگی نقطه مادی x با استفاده از رابطه زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$\mathcal{H}_x = \{x' \in B \mid 0 < |x' - x| \leq \delta\} \quad (1)$$

با توجه به رابطه (۱)، خانواده نقطه مادی x ، در حالت سه بعدی ناحیه ای به صورت کره ای به مرکز x و به شعاع خط افق (δ) و در حالت دو بعدی، خانواده نقطه مادی x ، به صورت دایره ای به مرکز x و به شعاع خط افق (δ) و در حالت یک بعدی، خانواده نقطه مادی x ، به صورت یک خط به طول خط افق (δ) می‌باشد. همانطور که گفته شد در این تئوری عکس العمل بین هر دو ذره x و x' بردار پیوند نامیده می‌شود. همانطور که پیش‌تر اشاره شد، نقاطی که خارج از خط افق نقطه مادی x یا به عبارتی دیگر خارج از خانواده یا همسایگی نقطه مادی x هستند، پیوندی با نقطه مادی x ندارند. بردار پیوند یا که همان بردار موقعیت نسبی دو نقطه مادی x و x' در پیکربندی مرجع (قبل از تغییر شکل) می‌باشد، به صورت زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$\xi = x' - x \quad (2)$$

مفهوم همسایگی نقطه مادی x و همچنین مفهوم بردار پیوند میان دو نقطه مادی x و x' در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱- مفهوم همسایگی نقطه مادی x و بردار پیوند میان نقاط مادی x و x'

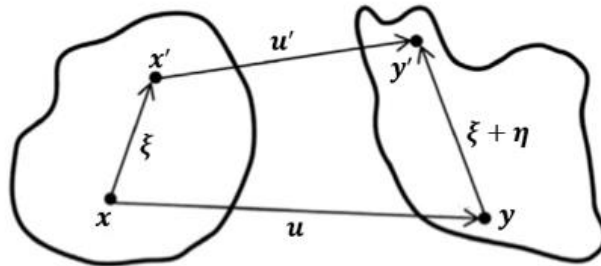
یکی از مفاهیم اساسی در نظریه پری داینامیک این است که پس از تغییر شکل پیکربندی مرجع، علاوه بر تغییر شکل بردار پیوند میان نقطه مادی x و خانواده نقطه مادی x' نیز تغییر می‌کند. در شکل (۲) مفهوم تغییر شکل بردار پیوند و خانواده نقطه مادی x ، پس از تغییر شکل پیکربندی مرجع و همچنین بردارهای $u(x, t)$ و $u(x', t)$ که بردار جابجایی نقاط مادی x و x' نسبت به پیکربندی مرجع می‌باشند، نشان داده شده است. اگر y و y' به ترتیب مکان نقطه مادی x و x' در پیکربندی حاضر (بعد از تغییر شکل) باشند، داریم که:

$$y = x + u(x, t) \quad , \quad y' = x' + u(x', t) \quad (۳)$$

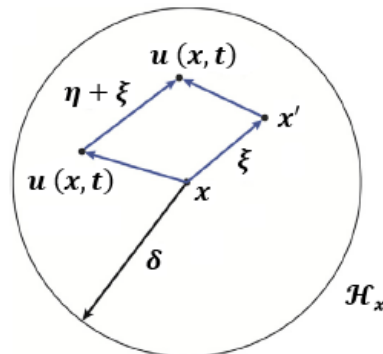
جابه جایی نسبی دو نقطه مادی x و x' در پیکربندی حاضر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta = u(x', t) - u(x, t) \quad (۴)$$

همچنین بردار موقعیت نسبی دو نقطه مادی x و x' در پیکربندی حاضر مطابق شکل (۲) برابر با بردار $\xi + \eta$ می‌باشد. ارتباط بین بردارهای مکان نقاط مادی x و x' در پیکربندی مرجع و مکان آنها در پیکربندی حاضر در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۲- مفهوم تغییر شکل پیکربندی مرجع در تئوری پری داینامیک



شکل ۳- ارتباط بین بردارهای پیوند و بردارهای جابجایی نقاط مادی x و x' پس از تغییر شکل

معادله حرکت هر نقطه مادی x در تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند به صورت زیر است و می توان با استفاده از رابطه (۴) می توان شتاب نقاط مادی جسم را در هر لحظه دلخواه (t) تعیین نمود:

$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) = \int_{\mathcal{H}_x} f(\eta, \xi) dv_{\mathcal{H}_x} + b(x,t) \quad (5)$$

در رابطه (۵)، t ، بیانگر زمان، ρ ، چگالی جرمی جسم در پیکربندی مرجع، ξ ، بردار پیوند میان دو نقطه مادی x و x' ، η ، جابجایی نسبی دو نقطه مادی x و x' و b ، نیروی حجمی اعمال شده به جسم می باشد و تابع برداری f ، نیرویی است که ذره x' به ذره x وارد می کند و تابع نیروی جفتی نامیده می شود. این نیرو تابعی از جابه جایی نسبی و موقعیت نسبی نقاط مادی x و x' است و شامل همه خواص ساختاری ماده می باشد. لازم به ذکر است که در رابطه (۴)، انتگرال روی ناحیه H_x یا همان همسایگی نقطه مادی x گرفته می شود.

همانطور که گفته شد، نقاطی که خارج از همسایگی نقطه مادی x ، قرار دارند پیوندی با نقطه مادی x ندارند. به عبارتی دیگر مقدار نیروی پیوند میان نقطه مادی x و نقاط مادی خارج از خط افق (همسایگی) نقطه مادی x ، برابر با صفر می باشد. بنابراین می توان نوشت:

$$|\xi| > \delta \rightarrow f(\eta, \xi) = 0, \quad \forall \xi, \eta \quad (6)$$

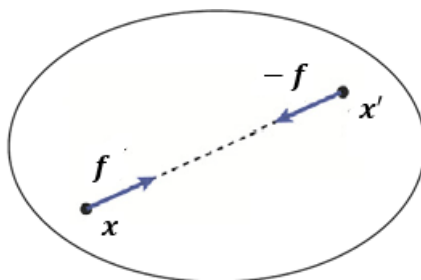
قانون سوم نیوتن و شرط بقای مومنتوم خطی و زاویه ای شکل کلی تابع نیروی جفتی (f) میان نقاط مادی را تعیین می کند. طبق این قانون نیرویی که نقطه مادی x به نقطه مادی x' وارد می کند، برابر و در خلاف جهت نیرویی است که نقطه مادی x' به نقطه مادی x وارد می کند، لذا داریم که [4]:

$$f(-\eta, \xi) = -f(\eta, \xi), \quad \forall \xi, \eta \quad (7)$$

لازم به ذکر است که رابطه (۷) شرط بقای مومنتوم خطی را روی بردار نیروی جفتی (f) میان دو نقطه مادی x و x' را نیز ارضا می کند. با استفاده از قانون بقای مومنتوم زاویه ای داریم که:

$$(\xi + \eta) \times f(\eta, \xi) = 0, \quad \forall \xi, \eta \quad (8)$$

با توجه به رابطه (۸) در می یابیم که در تئوری پری داینامیک بردار نیروی بین دو نقطه مادی، موازی بردار نسبی آن ها در پیکربندی حاضر (بعد از تغییر شکل) می باشد. نیروی موجود در بردار پیوند میان دو نقطه مادی x و x' به صورت شماتیک در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۳۵- نمایش شماتیک نیروی موجود در پیوند میان دو نقطه مادی x و x'

در تئوری پری داینامیک یک ماده میکروالاستیک است، اگر داشته باشیم که:

$$f(\eta, \xi) = \frac{\partial w}{\partial \eta}(\eta, \xi) \quad (9)$$

در رابطه (۹)، W ، تابع میکروپتانسیل و تابعی اسکالر می باشد که انرژی درون هر پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری داینامیک را تعیین می کند. با توجه به رابطه (۹)، انرژی لازم برای گسسته شدن پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری داینامیک بصورت زیر بدست می آید:

$$W = \frac{1}{2} \int_{Hx} \omega(\eta, \xi) dv_{\xi} \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، ضریب $1/2$ ظاهر می شود، زیرا هر نقطه مادی در ابتدا و انتهای بردار پیوند فقط دارای نیمی از انرژی درونی پیوند موردنظر می باشد. کار انجام شده توسط نیروهای خارجی روی یک جسم میکرو الاستیک در تئوری پری داینامیک بدون اتلاف به انرژی جنبشی یا چگالی انرژی کرنشی تبدیل می شود. در واقع با استفاده از این می توانیم رفتار ساختاری مواد الاستیک در تئوری کلاسیک مکانیک جامدات و تئوری پری داینامیک را مقایسه و انرژی لازم برای گسسته شدن پیوند میان نقاط مادی را بدست آوریم. با توجه به مفاهیم گفته شده تابع نیروی جفتی موجود در بردار پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری داینامیک را می توان بصورت زیر در نظر گرفت:

$$f(\eta, \xi) = \frac{\eta + \xi}{|\eta + \xi|} f(|\eta + \xi|, \xi), \quad \forall \xi, \eta \quad (11)$$

تغییر طول نسبی بردار پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری داینامیک به صورت زیر تعریف می شود:

$$s = \frac{|\eta + \xi| - |\xi|}{|\xi|} = \frac{|y' - y| - |x - x'|}{|x - x'|} \quad (12)$$

بنابراین داریم:

$$f(|\eta + \xi|, \xi) = g(s) \mu(t, |\xi|) \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)، g ، یک تابع اسکالر می باشد و برابر است با:

$$g(s) = cs \quad (14)$$

در رابطه (۱۴)، c ، میکرومدول ماده در تئوری پری داینامیک می باشد که وابسته به جنس و ساختار ماده است. بنابراین تابع نیروی جفتی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$f(\eta, \xi) = \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} cs \mu(x, t, \xi) \quad (15)$$

در رابطه (۱۵)، $\mu(x, t, \xi)$ ، یک تابع اسکالر وابسته به زمان که مقدار آن صفر یا یک می باشد و بصورت زیر تعریف می شود:

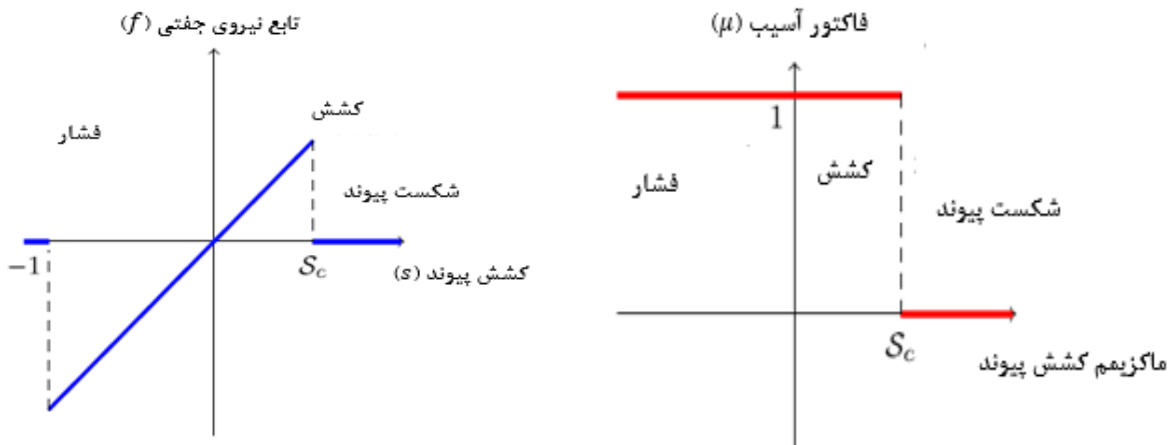
$$\mu(t, \xi) = \begin{cases} 1, & s(t, \xi) < s_0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

در رابطه (۱۶)، s_0 ، تغییر طول نسبی بحرانی بردار پیوند میان دو نقطه مادی نام دارد. بنابراین با توجه به مطالب گفته شده و رابطه (۱۶) زمانی که تغییر طول نسبی بردار پیوند میان دو نقطه مادی از تغییر نسبی بحرانی بردار پیوند میان دو نقطه مادی بیشتر شود، پیوند میان آن دو نقطه مادی از هم گسسته و آسیب رخ می دهد. ارتباط تابع نیروی جفتی و فاکتور آسیب با تغییر طول نسبی بردار پیوند میان نقاط مادی در شکل (۵) نمایش داده شده است.

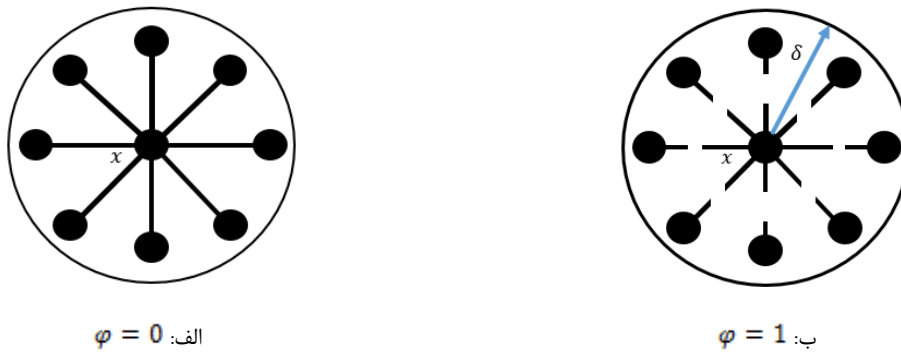
مفهوم آسیب و شکست شکست محلی برای هر نقطه مادی x در تئوری پری داینامیک به صورت زیر تعریف می شود:

$$\varphi(x, t) = 1 - \frac{\int_{\mathcal{V}_x} \mu(x, t, \xi) dv_{\xi}}{\int_{\mathcal{V}_x} dv_{\xi}} \quad (17)$$

با توجه به اینکه طبق رابطه (۱۴)، مقدار $\mu(t, \xi)$ بین صفر تا یک تغییر می کند، بنابراین مقدار $\varphi(x, t)$ در رابطه (۱۵) بین صفر تا یک متغیر می باشد. در واقع، مقدار صفر برای تابع $\varphi(x, t)$ بیانگر سالم بودن تمامی پیوندهای متصل به نقطه مادی x و مقدار یک به معنای از بین رفتن و شکسته شدن تمامی پیوندهای متصل به نقطه مادی x می باشد. مفهوم آسیب و شکست محلی در تئوری پری-داینامیک در شکل (۶) نشان داده شده است [4]. لازم به ذکر است که در این پژوهش مقدار شاخص آسیب محلی (φ) در تئوری پری-داینامیک برابر با مقدار 0.38 در نظر گرفته شده است، یعنی برای رشد ترک، تنها نیاز به از بین رفتن 38 درصد از پیوندهای میان یک نقطه مادی با دیگر نقاط مادی در همسایگی آن نقطه مادی است، تا جدایش و به دنبال آن رشد ترک و شکست در ماده رخ دهد.



شکل ۵- نمایش ارتباط تابع نیروی جفتی و فاکتور آسیب با تغییر طول نسبی بردار پیوند میان نقاط مادی



شکل ۶- نمایش آسیب محلی برای نقطه مادی x

با توجه به اینکه در تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند ذرات تنها از طریق نیروهای پیوندهای میان یکدیگر می توانند به یکدیگر نیرو وارد کنند. بنابراین یک ذره بدون پیوند تبدیل به یک ذره آزاد می شود. برای دربر گرفتن نیروهای تماسی و جلوگیری از برهم نهی، نیروهای رانشی کوتاه برد معرفی شدند. این نیروها با نیروهای جفتی جمع شده و کل نیروی وارد بر یک ذره از جسم را مشخص می کند. این نیروی رانشی از رابطه زیر بدست می آید [۳۳]:

$$f_s(\eta, \xi) = \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} \min\left\{0, \frac{c_s}{\delta} (|\xi + \eta| - d_s)\right\} \quad (18)$$

که در رابطه فوق مقدار از رابطه زیر بدست می آید:

$$d_s = \min\{0.9|\xi|, 1.35\}(r_s + r_s') \quad (19)$$

که در روابط (۱۸) و (۱۹)، نیروی رانشی کوتاه برد می باشد و r_s شعاع گره نام دارد و نصف ضلع مکعب گره یعنی مقدار $\Delta x/2$ انتخاب می شود. مقدار c_s نیز معمولا برابر با $c_s = 15c$ ، انتخاب می شود. با توجه به روابط فوق و مقایسه نظریه پری داینامیک و تئوری کلاسیک مکانیک جامدات تابع نیروی جفتی موجود در پیوند میان دو نقطه مادی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$f = c_s \quad , \quad \eta = s\xi \quad \Rightarrow \quad f = \frac{c\eta}{\xi} \quad (20)$$

با توجه به روابط فوق، تابع میکروپتانسیل بصورت زیر تعریف می شود:

$$w = \int_0^\eta \frac{c\eta}{\xi} d\eta = \frac{c\eta^2}{2\xi} = \frac{cs^2\xi}{2} \quad (21)$$

با توجه به رابطه فوق و رابطه (۱۰)، انرژی لازم برای گسسته شدن پیوند میان دو نقطه مادی در تئوری پری داینامیک برای حالت دوبعدی و سه بعدی به ترتیب با استفاده از روابط (۲۱) و (۲۲) بصورت زیر بدست می آید [۳۵]:

$$W_{2D} = \frac{1}{2}t \int_0^\delta \left(\frac{cs^2\xi}{2}\right) 2\pi\xi d\xi = \frac{\pi cs^2\delta^3 t}{6} \quad (22)$$

$$W_{3D} = \int_{\mathcal{H}_x} \omega dv_\xi = \frac{1}{2} \int_0^\delta \left(\frac{cs^2\xi}{2}\right) 4\pi\xi^2 d\xi = \frac{\pi cs^2\delta}{4} \quad (23)$$

همانطور که می دانیم، چگالی انرژی کرنشی در تئوری کلاسیک مکانیک جامدات از رابطه زیر بدست می آید:

$$W_e = \frac{1}{2} \{\sigma\}^T \{\gamma\} = \frac{9ks^2}{2} \quad (24)$$

با برابر قرار دادن چگالی انرژی کرنشی بدست آمده ادر تئوری کلاسیک مکانیک جامدات و تئوری پری داینامیک در شرایط یکسان مقدار پارامتر میکرومدول در تئوری پری داینامیک به صورت زیر بدست می آید:

$$c = \frac{18k}{\pi\delta^4} \quad (25)$$

در حالت دو بعدی و با فرض تنش صفحه ای مقدار پارامتر میکرومدول ماده در تئوری پری داینامیک به صورت زیر تعریف می شود [۱۵]:

$$c = \frac{6E}{\pi\delta^3(1-\nu)T} \quad , \quad (\text{plane stress}) \quad (26)$$

$$c = \frac{6E}{\pi\delta^3(1+\nu)(1-2\nu)T} \quad , \quad (\text{plane strain})$$

با توجه به مفاهیم و روابط گفته شده، انرژی لازم برای شکسته شدن پیوند میان دو نقطه مادی x و x' به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\omega_0(\xi) = \int_0^{s_0} g(s)(\xi ds), \xi = |\xi| = \frac{cs_0^2 \xi}{2} \quad (27)$$

انرژی لازم برای شکسته شدن تمامی پیوندهای متصل به نقطه مادی x در تئوری پری داینامیک برای حالت دو بعدی و سه بعدی به ترتیب با استفاده از روابط زیر بدست می آیند:

$$G_{02D} = 2t \int_0^\delta \int_0^\delta \int_0^{\cos^{-1}z/\xi} \left(\frac{cs_0^2 \xi}{2} \right) \sin\theta d\theta d\xi dz = \frac{\pi cs_0^2 T \delta^4}{4} \quad (28)$$

$$G_{03D} = \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_0^\delta \int_0^{\cos^{-1}z/\xi} \left(\frac{cs_0^2 \xi}{2} \right) \sin\theta d\theta d\xi d\theta dz = \frac{\pi cs_0^2 \delta^5}{10} \quad (29)$$

با توجه به روابط اخیر مقدار تغییر طول نسبی بحرانی بردار پیوند میان دو نقطه مادی (S_0) در حالت دو و سه بعدی برابر است با [۳۵]:

$$s_{02D} = \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}}, \quad (\text{plane stress}) \quad (30)$$

$$s_{03D} = \sqrt{\frac{5\pi G_0}{12E\delta}}, \quad (\text{plane strain}) \quad (31)$$

۱-۲- گسسته سازی فرمول بندی پری داینامیک

حل عددی معادله (۵) در تئوری پری داینامیک با استفاده از روش بدون مش انجام می شود. در این روش ابتدا کل جسم به نقاط گرهی تقسیم می شوند که هر گره در پیکربندی مرجع حجم مشخصی دارد. حجم گرهها می تواند غیریکنواخت باشد که برای سادگی حل گرهها به صورت مکعبی به ضلع Δx در نظر گرفته می شوند. در واقع Δx ، فاصله طولی یا عرضی نقاط مادی در تئوری پری داینامیک می باشد. شکل گسسته معادله (۵) در تئوری پری داینامیک با استفاده از روش انتگرال گیری نقطه میانی به صورت زیر است [15]:

$$\rho \ddot{u}_i = \sum_j f(u_j^n - u_i^n, x_j - x_i) V_j + b_i^n \quad (32)$$

که در رابطه (۳۲)، $u_i^n = u(x_i, t^n)$ ، جابه جایی گره i ام در زمان t^n که n شماره گام زمانی است، می باشد. همچنین در رابطه فوق، V_j ، حجم گره j ام می باشد. لازم به ذکر است که حجم گره در حالت دو بعدی و یک بعدی به ترتیب سطح گره و طول گره خواهد بود. سمت چپ معادله (۱۴) را می توان با استفاده از رابطه تفاضل مرکزی صریح جایگزین کرد:

$$\ddot{u}_i^n = \frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (33)$$

برای حل قسمت دیفرانسیلی (سمت چپ) معادله (۱۵) از الگوریتم سرعت ورلت استفاده می شود. این الگوریتم به صورت زیر است:

$$\dot{u}_{(k)}^{n+\frac{1}{2}} = \dot{u}_{(k)}^n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_{(k)}^n$$

$$u_{(k)}^{n+1} = u_{(k)}^n + \Delta t \dot{u}_{(k)}^{(n+1)/2} \quad (34)$$

$$\dot{u}_{(k)}^{n+1} = \dot{u}_{(k)}^{(n+1)/2} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_{(k)}^{n+1}$$

که در روابط فوق، \dot{u} و \ddot{u} به ترتیب بردار جابه جایی، سرعت و شتاب هستند. در واقع با استفاده از روابط فوق می توان شتاب، سرعت و جابه جایی را برای k امین نقطه مادی از جسم را محاسبه نمود.

۳- مثال های عددی

ماده مورد بررسی در این پژوهش از جنس *Duran glass50* که خواص آن در جدول (۱) بیان شده است.

جدول ۱- خواص مکانیکی ماده *Duran 50 glass*

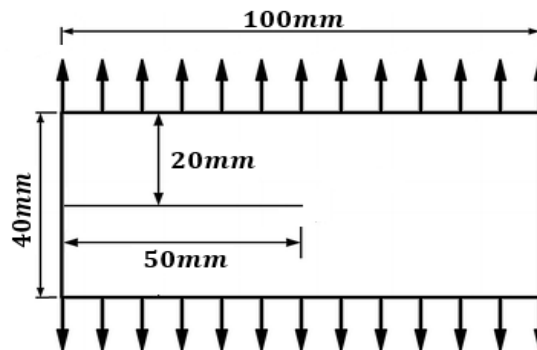
| چگالی (ρ) | مدول یانگ (E) | نسبت پواسون (ν) | انرژی شکست (G_0) |
|------------------------|-------------------|-----------------------|----------------------|
| 2235 kg/m ³ | 65GPa | 0.2 | 204 J/m ² |

۱-۳- مدل سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای پیش ترک افقی

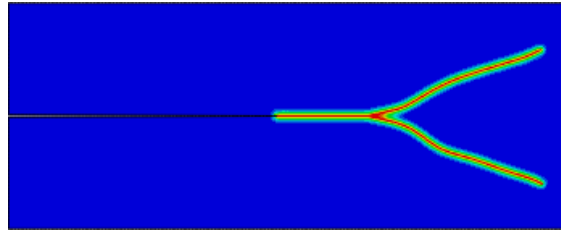
در این بخش، در ابتدا جهت اعتبار سنجی کد نوشته شده در نرم افزار لمپس جهت مدل سازی رشد ترک در اجسام با استفاده از تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند به مدل سازی رشد ترک دینامیکی در یک صفحه مستطیلی شکل که دارای یک پیش ترک افقی می باشد، پرداخته شده است. مقادیر طول و عرض صفحه مستطیلی مورد نظر به ترتیب برابر با $0.1m$ و $0.04m$ می باشند. هندسه صفحه مستطیلی مورد نظر به صورت شماتیک در شکل (۷) نشان داده شده است. مطابق با شکل (۷)، طول پیش ترک افقی صفحه مستطیلی مورد نظر برابر با $a = 0.05m$ می باشد و مرزهای بالا و پایین جسم تحت تنش کششی یکنواخت $12Mpa$ قرار دارند. به منظور گسسته سازی صفحه مستطیلی مورد نظر برای تحلیل و مدل سازی رشد ترک در آن با استفاده از تئوری پری دینامیک، صفحه مورد نظر به شبکه هایی مربعی شکل با طول ضلع $\Delta x = 0.0005 m$ تقسیم می شود در این پژوهش مقادیر خط افق و گام زمانی جهت مدل سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی مورد نظر با استفاده از تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند در نرم افزار لمپس با توجه به منابع و مراجع در دسترس به ترتیب برابر با مقادیر $\delta = 4\Delta x$ و $\Delta t = 50 ns$ در نظر گرفته شده است. مقادیر پارامترهای میکرومدول و کشش بحرانی با توجه به مرجع [۱۰] برای ماده *Duran glass50* به صورت زیر می باشند:

$$c = 2.328 \cdot 10^{19} N/m^5, \quad s_0 = 0.001473$$

نتایج حاصل از مدل سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی مورد نظر در این بخش در شکل (۸) نشان داده شده است.



شکل (۷): نمایش صفحه مستطیلی دارای پیش ترک افقی تحت تنش یکنواخت



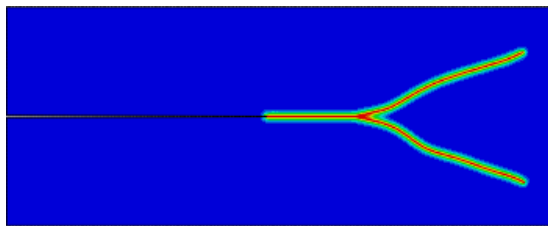
46 μ s

شکل (۸): مسیر رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای پیش ترک افقی موردنظر تحت تنش یکنواخت 12Mpa

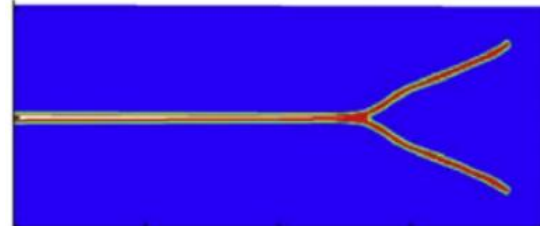
در شکل (۹) به مقایسه نتیجه حاصل از مدل سازی رشد ترک در این پژوهش با نتایج حاصل در مراجع و پرداخته شده است. همچنین در جدول (۲) مکان و زمان پدیده انشعاب و چندشاخه شدن مسیر رشد ترک در صفحه مستطیلی موردنظر بیان شده است. با توجه و به جدول (۲) و شکل (۹) می توان بیان کرد که کد نوشته شده در نرم افزار آباکوس از دقت مناسبی جهت مدل سازی رشد ترک با استفاده از تئوری پری داینامیک برخوردار است.

۳۶- جدول ۲- مکان و زمان انشعاب مسیر ترک در صفحه مستطیلی موردنظر تحت تنش یکنواخت 12Mpa

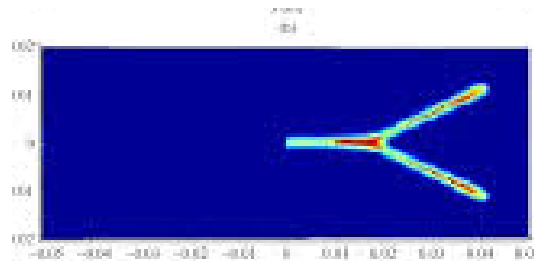
| پدیده انشعاب ترک | | |
|------------------|-----------------|------------|
| مکان انشعاب ترک | زمان انشعاب ترک | |
| 0.020m | 26 μ s | پژوهش حاضر |
| 0.019m | 25 μ s | مرجع [۴۰] |
| 0.021m | 28 μ s | مرجع [15] |



الف: پژوهش حاضر



ب: مرجع [۱۹]

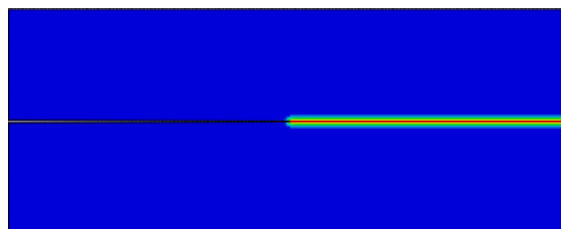


ج: مرجع [۲۶]

شکل (۹): مقایسه نتایج حاصل از رشد ترک در صفحه مستطیلی تحت تنش 12Mpa

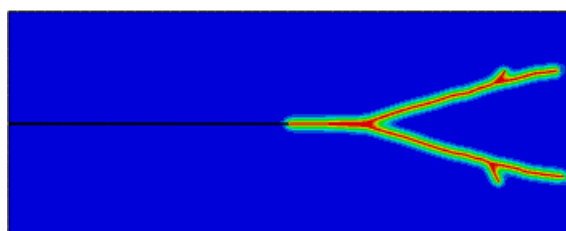
۱-۳-۱- اثر شدت تنش اعمالی به جسم بر نحوه رشد ترک در آن

در این بخش جهت بررسی اثر میزان شدت تنش اعمالی بر جسم بر نحوه رشد ترک در آن، به مدل سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی نشان داده شده در شکل (۴) تحت تنش های یکنواخت 6Mpa و 24Mpa پرداخته شده است. نتایج حاصل از مدل سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی موردنظر تحت این تنش های مختلف در شکل (۱۰) نشان داده شده است.



$85\mu\text{s}$

الف: تنش 6Mpa



$39\mu\text{s}$

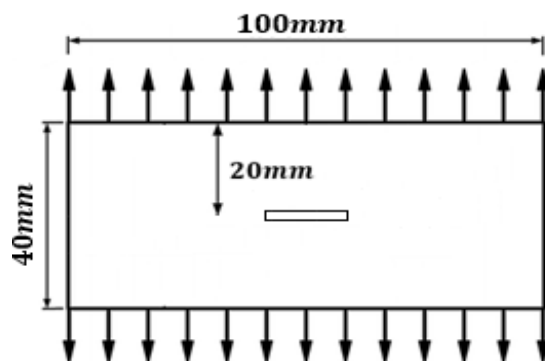
ب: تنش 24Mpa

شکل (۱۰): مسیر رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای پیش ترک افقی موردنظر تحت تنش یکنواخت الف: 6Mpa ، ب: 24Mpa

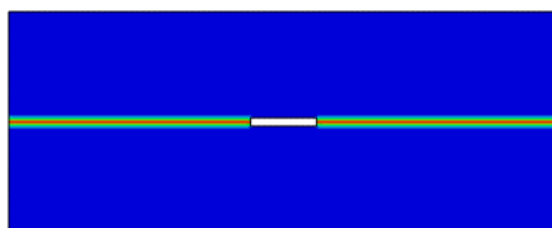
با مقایسه نتایج حاصل از مدل سازی رشد ترک در شکل های (۸) و (۱۰) می توان بیان کرد که نحوه رشد ترک در جسم وابستگی بسیار زیادی به شدت تنش اعمالی بر آن دارد و با افزایش شدت تنش اعمالی بر جسم (صفحه مستطیلی موردنظر) ماده رفتار تردتری از خود نشان می دهد و ترک در جسم به صورت چندشاخه رشد می کند. همچنین با افزایش شدت تنش اعمالی بر جسم، سرعت رشد ترک در آن افزایش و در نتیجه زمان کل شبیه سازی کاهش می یابد. در واقع اگر شدت تنش اعمالی بر صفحه مستطیلی از یک حد مشخصی کمتر باشد، مود غالب شکست در صفحه مستطیلی موردنظر، مود اول خواهد بود و ترک در جسم بدون انشعاب و به صورت تک مسیر (خط مستقیم) رشد می کند و اگر شدت تنش اعمالی بر جسم از یک حد مشخصی بیشتر باشد، به دلیل افزایش اثر مود دوم شکست، ترک در صفحه مستطیلی موردنظر دچار پدیده انشعاب و بصورت چندشاخه رشد می کند. با توجه به به قسمت (ب) شکل (۱۰) می توان بیان کرد که اگر تنش اعمالی بر صفحه مستطیلی به طور قابل ملاحظه ای افزایش یابد، شاخه های اصلی مسیر رشد ترک در جسم نیز دچار پدیده انشعاب و چندشاخه می شوند.

۲-۳-۲- رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای سوراخ مستطیلی

در این قسمت به مدل سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی با یک سوراخ افقی اولیه تحت تنش یکنواخت پرداخته شده است. هندسه صفحه مستطیلی موردنظر در شکل (۱۱) نشان داده شده است. طول و عرض ترک افقی اولیه به ترتیب برابر با 0.012m و 0.0015m می باشد. نتایج حاصل از مدل سازی رشد ترک در این قسمت در شکل (۱۲) نشان داده شده است.



شکل ۱۱- صفحه مستطیلی دارای سوراخ افقی تحت تنش یکنواخت 12Mpa



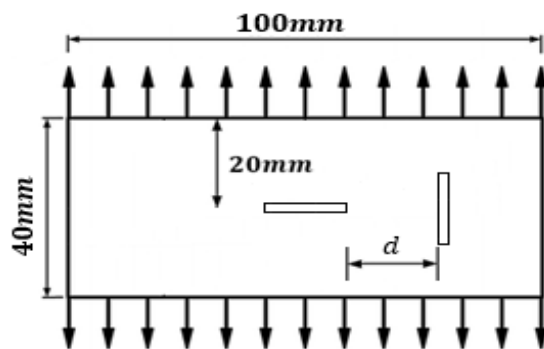
$120\mu\text{s}$

شکل ۱۲- مسیر رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای سوراخ افقی تحت تنش یکنواخت 12Mpa

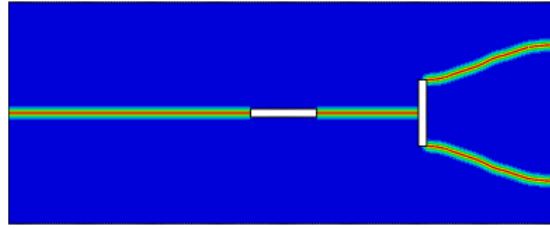
۱-۲-۳- اثر تعداد و نحوه چیدمان سوراخ‌ها در جسم بر چگونگی انتشار ترک در آن

در ادامه در این قسمت جهت بررسی اثر تعداد و نحوه چیدمان سوراخ‌ها در جسم بر چگونگی انتشار ترک در آن ابتدا به مدل‌سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی با یک سوراخ افقی و یک سوراخ عمودی اولیه پادمتقارن تحت تنش یکنواخت پرداخته شده است. هندسه صفحه مستطیلی موردنظر در شکل (۱۳) نشان داده شده است. طول و عرض ترک افقی و عمودی اولیه به ترتیب برابر با 0.012m ، 0.0015m ، 0.012m و 0.0015m می‌باشند و فاصله سوراخ‌ها برابر با $d = 0.0185\text{m}$ می‌باشد. نتایج حاصل از مدل‌سازی رشد ترک در این قسمت در شکل (۱۴) نشان داده شده است.

در ادامه به مدل‌سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای یک سوراخ افقی و دو سوراخ عمودی اولیه پرداخته شده است. هندسه صفحه مستطیلی موردنظر در شکل (۱۵) نشان داده شده است. طول و عرض ترک افقی و عمودی اولیه به ترتیب برابر با 0.012m ، 0.0015m و 0.012m می‌باشند و فاصله سوراخ‌ها برابر با $d = 0.0185\text{m}$ می‌باشد. نتایج حاصل از مدل‌سازی رشد ترک در این قسمت در شکل (۱۶) نشان داده شده است.

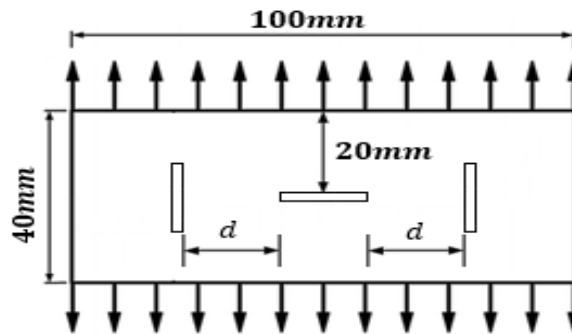


شکل ۱۳- صفحه مستطیلی دارای دو سوراخ پادمتقارن تحت تنش یکنواخت 12Mpa

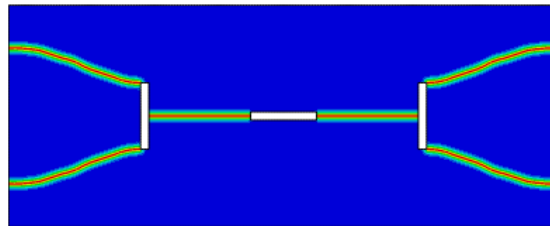


80 μ s

شکل ۱۴- مسیر رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای دو سوراخ پادمتقارن تحت تنش یکنواخت 12Mpa



شکل ۱۵- صفحه مستطیلی دارای سه سوراخ متقارن تحت تنش یکنواخت 12Mpa



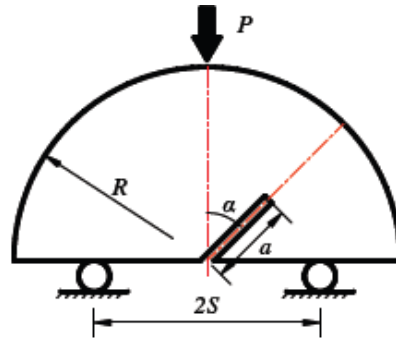
60 μ s

شکل ۱۶- مسیر رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای یک سوراخ افقی و دو سوراخ عمودی اولیه تحت تنش یکنواخت 12Mpa

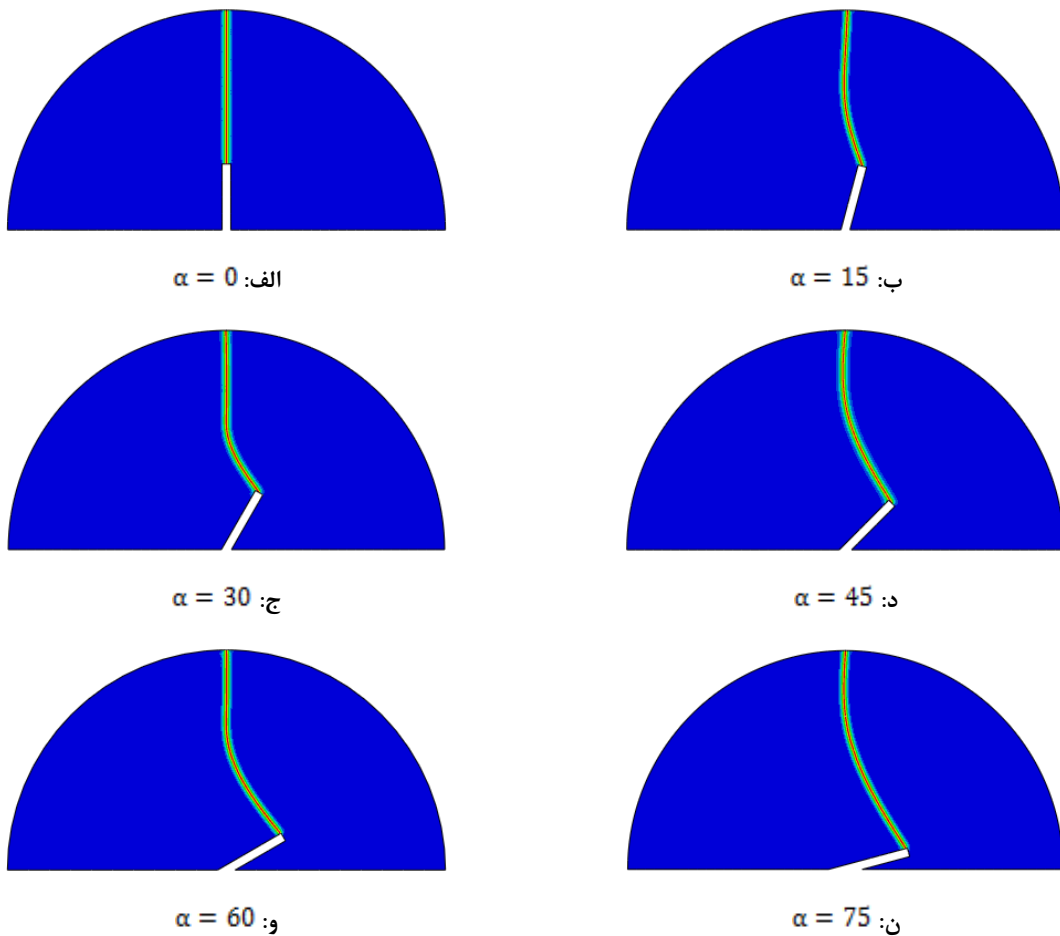
با مقایسه نتایج بدست آمده در شکل‌های (۱۲)، (۱۴) و (۱۶) می‌توان بیان کرد که تعداد سوراخ‌ها در جسم و نحوه چیدمان آن‌ها در جسم بر چگونگی انتشار ترک در آن موثر خواهد بود.

۳-۳- رشد ترک در نیم دیسک دارای پیش ترک

در این قسمت به مدل‌سازی رشد ترک در نیم دیسک دایروی با پیش ترک مستطیلی تحت خمش سه نقطه‌ای پرداخته شده است. هندسه نیم دیسک دایروی موردنظر در شکل (۱۷) نشان داده شده است. شعاع نیم دیسک دایروی، طول و عرض سوراخ آن به ترتیب برابر با 0.03m، 0.01m و 0.002m می‌باشند. مطابق شکل نیم دیسک دایروی مورد نظر مطابق شکل تحت فشار توسط نیروی 10KN قرار دارد. همچنین در این قسمت جهت بررسی اثر زاویه پیش تک بر نحوه رشد ترک در جسم به مدل‌سازی رشد ترک تحت زوایای مختلف پرداخته شده است. نتایج حاصل از مدل‌سازی رشد ترک در این قسمت در شکل (۱۸) نشان داده شده است.



شکل ۱۷- هندسه نیم دیسک دایروی دارای پیش ترک تحت خمش سه نقطه‌ای

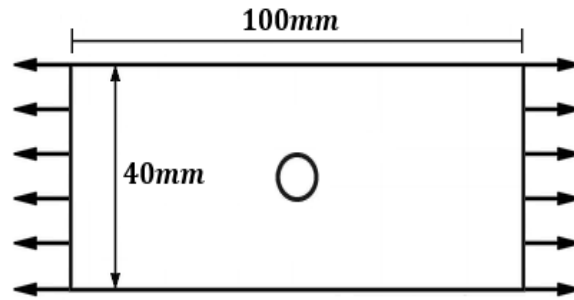


شکل ۱۸- نتایج مدل‌سازی رشد ترک در نیم دیسک دایروی تحت خمش سه نقطه‌ای

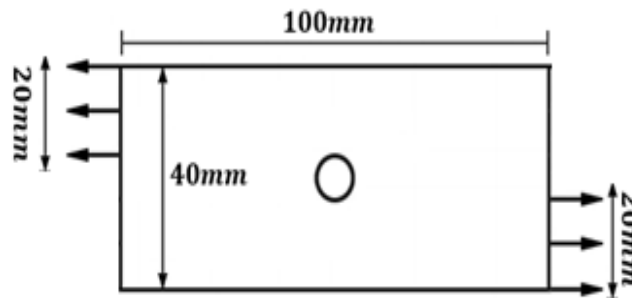
۳-۴- رشد ترک در دیسک دایروی دارای پیش ترک

در این قسمت جهت تحلیل و بررسی اثر نحوه بارگذاری بر جسم بر چگونگی انتشار ترک در آن به مدل‌سازی رشد ترک در یک صفحه مستطیلی تحت بارگذاری‌های متفاوت در سه حالت مختلف پرداخته شده است. مقادیر طول و عرض صفحات مستطیلی موردنظر به ترتیب برابر با $0.1m$ و $0.04m$ می‌باشند. هندسه صفحات مستطیلی موردنظر مورد بررسی در این قسمت در شکل (۱۹) نمایش داده شده است. تنش اعمالی به صفحات مستطیلی در این قسمت در هر سه حالت یکسان و برابر با $6Mpa$ می‌باشد.

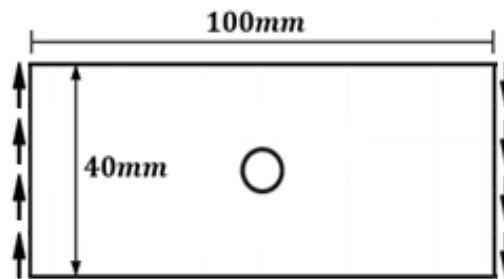
نتایج حاصل از مدل‌سازی رشد ترک در این قسمت در شکل (۲۰) نشان داده شده است.



الف: بارگذاری کشش یکنواخت

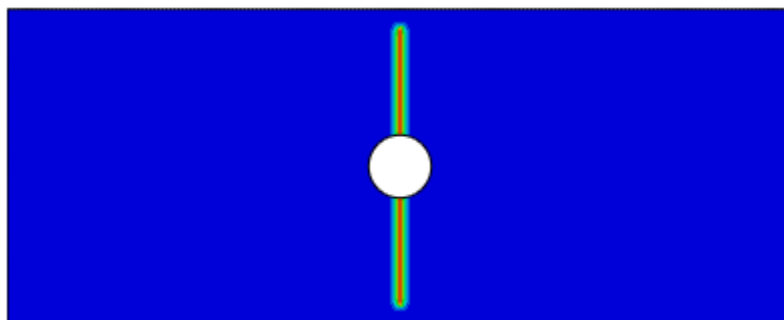


ب: بارگذاری خمشی



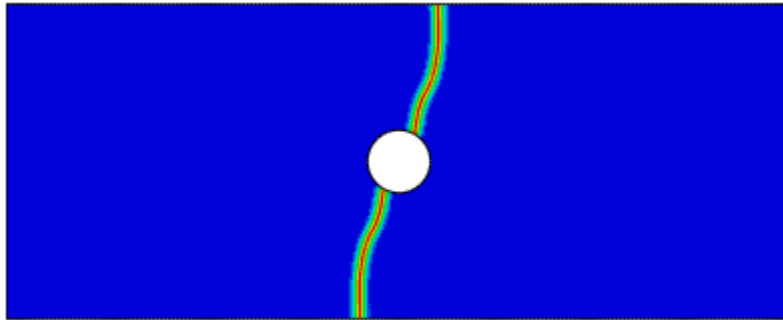
ج: بارگذاری برشی

شکل (۱۹): صفحه مستطیلی تحت بارگذاری‌های متفاوت: الف: بار کششی یکنواخت ب بارگذاری خمشی ج: بارگذاری برشی همانطور که مشاهده می‌شود، نتایج نشان داده شده در شکل (۲۰) بیانگر این است که نحوه انتشار رشد ترک و مسیر رشد ترک در جسم به شدت به نحوه بارگذاری و بار اعمالی بر جسم وابسته می‌باشد.



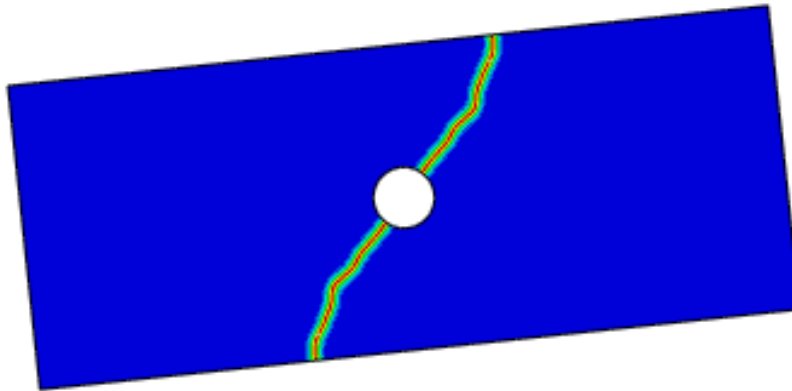
26 μ s

الف: رشد ترک در صفحه مستطیلی تحت بارگذاری کشش یکنواخت



30 μ s

ب: رشد ترک در صفحه مستطیلی تحت بارگذاری خمشی



38 μ s

ج: رشد ترک در صفحه مستطیلی تحت بارگذاری برشی

۴- نتیجه گیری

در این پژوهش به تحلیل و مدل سازی رشد ترک دینامیکی با استفاده از تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند در نرم افزار لمپس پرداخته شد. همچنین در این مقاله، تاثیر عواملی مانند شدت تنش اعمالی بر جسم، تعداد و مکان و سوراخها در جسم، زاویه سوراخ و پیش ترک در جسم و همچنین نحوه بارگذاری بر جسم بر چگونگی آغاز و انتشار ترک در آن مورد بررسی قرار گرفته شده است. در مسئله اول، به مدل سازی رشد ترک در یک صفحه مستطیلی دارای یک پیش ترک با طول ثابت تحت تنشهای مختلف پرداخته شد. با توجه به نتایج بدست آمده می توان بیان کرد که نحوه رشد ترک در جسم وابستگی بسیار زیادی به شدت تنش اعمالی بر آن دارد و با افزایش شدت تنش اعمالی بر جسم، ماده رفتار تردتری از خود نشان می دهد و ترک در آن با سرعت بیشتر و به صورت چندشاخه رشد می کند. در مسئله دوم، به مدل سازی رشد ترک در یک صفحه مستطیلی دارای سوراخ مستطیلی پرداخته شده است. سپس برای بررسی تاثیر تعداد و نحوه چیدمان سوراخها در جسم بر چگونگی انتشار ترک در آن به مدل سازی رشد ترک در صفحه مستطیلی دارای سوراخهای متقارن و پادمقارن پرداخته شده است. با توجه به نتایج بدست آمده در این قسمت می توان بیان کرد که تعداد و نحوه چیدمان سوراخها در جسم بر چگونگی انتشار رشد ترک در آن تاثیر بسیار زیادی خواهد داشت. در مسئله سوم به ترتیب به مدل سازی رشد ترک در نیم دیسک دایروی دارای سوراخ مستطیلی تحت خمش سه نقطه ای دارای پیش ترک برای زوایای مختلف پرداخته شده است. نتایج حاصل از این

قسمت‌ها حاکی از آن است که زاویه سوراخ و پیش ترک در جسم بر نحوه رشد ترک در آن موثر خواهد بود. در مسئله چهارم به مدل-سازی رشد ترک در یک صفحه مستطیلی دارای سوراخ دایروی تحت بارگذاری‌های متفاوت در سه حالت مختلف پرداخته شده است.

در نهایت با توجه حاصل از این پژوهش می‌توان گفت، تئوری پری‌داینامیک بخوبی و بدون نیاز به تغییر در معیار و با استفاده از معیارهای یکسان، با هزینه محاسباتی بسیار کم قادر است نحوه رشد ترک در مسائل مختلف را تحلیل و پیش‌بینی کند. همچنین می‌توان بیان کرد که آغاز و انتشار ترک در جسم به عواملی مانند شدت تنش اعمالی بر جسم، تعداد و مکان و سوراخ‌ها در جسم، زاویه سوراخ و پیش ترک در جسم و همچنین نحوه بارگذاری بر جسم موردنظر وابستگی بسیار زیادی دارد.

۴- مراجع

- [1] Silling, S. A. (2000). Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(1), 175-209.
- [2] Silling, S. A., & Bobaru, F. (2005). Peridynamic modeling of membranes and fibers. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 40(2-3), 395-409.
- [3] Silling, S. A., Epton, M., Weckner, O., Xu, J., & Askari, E. (2007). Peridynamic states and constitutive modeling. *Journal of Elasticity*, 88(2), 151-184.
- [4] Mitchell, J. A. (2011). A Nonlocal Ordinary State-Based Plasticity Model for Peridynamics (No. SAND2011-4974C). Sandia National Lab.(SNL-NM), Albuquerque, NM (United States).
- [5] Mitchell, J. A. (2011). A non-local, ordinary-state-based viscoelasticity model for peridynamics. Sandia National Lab Report, 8064, 1-28.
- [6] Weckner, O., & Mohamed, N. A. N. (2013). Viscoelastic material models in peridynamics. *Applied Mathematics and Computation*, 219(11), 6039-6043.
- [7] Nikabdullah, N., Azizi, M. A., Alebrahim, R., & Singh, S. S. K. (2014, June). The application of peridynamic method on prediction of viscoelastic materials behaviour. In *AIP conference proceedings* (Vol. 1602, No. 1, pp. 357-363). American Institute of Physics.
- [8] Bang, D. (2016). Peridynamic modeling of hyperelastic materials.
- [9] Bang, D. J., & Madenci, E. (2017). Peridynamic modeling of hyperelastic membrane deformation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 139(3).
- [10] Xu, L., He, X., Chen, W., Li, S., & Wang, G. (2018, October). Reformulating hyperelastic materials with peridynamic modeling. In *Computer Graphics Forum* (Vol. 37, No. 7, pp. 121-130).
- [11] Silling, S. A. (2016). Handbook of peridynamic modeling.
- [12] Madenci, E., & Oterkus, E. (2014). Peridynamic theory. In *Peridynamic Theory and Its Applications* (pp. 19-43). Springer, New York, NY.
- [13] Javili, A., Morasata, R., Oterkus, E., & Oterkus, S. (2019). Peridynamics review. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 24(11), 3714-3739.
- [14] Han, D., Zhang, Y., Wang, Q., Lu, W., & Jia, B. (2019). The review of the bond-based peridynamics modeling. *Journal of Micromechanics and Molecular Physics*, 4(01), 1830001.
- [15] Diehl, P., Prudhomme, S., & Lévesque, M. (2019). A review of benchmark experiments for the validation of peridynamics models. *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, 1(1), 14-35.
- [16] Silling, S. A., & Askari, E. (2005). A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. *Computers & structures*, 83(17-18), 1526-1535.
- [17] Parks, M. L., Lehoucq, R. B., Plimpton, S. J., & Silling, S. A. (2008). Implementing peridynamics with in a molecular dynamics code. *Computer Physics Communications*, 179(11), 777-783.
- [18] Parks, M. L., Seleson, P., Plimpton, S. J., Silling, S. A., & Lehoucq, R. B. (2011). Peridynamics with LAMMPS: A User Guide, v0. 3 Beta. Sandia Report (2011-8253).
- [19] Ha, Y. D., & Bobaru, F. (2010). Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics. *International Journal of Fracture*, 162(1-2), 229-244.
- [20] Bobaru, F., & Ha, Y. D. (2011). Adaptive refinement and multiscale modeling in 2D peridynamics.
- [21] Ha, Y. D., & Bobaru, F. (2011). Characteristics of dynamic brittle fracture captured with peridynamics. *Engineering Fracture Mechanics*, 78(6), 1156-1168.

- [22] Agwai, A., Guven, I., & Madenci, E. (2011). Predicting crack propagation with peridynamics: a comparative study. *International journal of fracture*, 171(1), 65.
- [23] Silling, S. A., Weckner, O., Askari, E., & Bobaru, F. (2010). Crack nucleation in a peridynamic solid. *International Journal of Fracture*, 162(1-2), 219-227.
- [24] Zhou, X. P., Gu, X. B., & Wang, Y. T. (2015). Numerical simulations of propagation, bifurcation and coalescence of cracks in rocks. *international journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 80, 241-254.
- [25] Zhao, J., Tang, H., & Xue, S. (2018). Peridynamics versus XFEM: a comparative study for quasi-static crack problems. *Frontiers of structural and civil engineering*, 12(4), 548-557.
- [26] Shafiei, A. Dynamic crack propagation in plates weakened by inclined cracks: an investigation based on peridynamics. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 1-9.
- [27] Huang, X., Bie, Z., Wang, L., Jin, Y., Liu, X., Su, G., & He, X. (2019). Finite element method of bond-based peridynamics and its ABAQUS implementation. *Engineering Fracture Mechanics*, 206, 408-426.
- [28] Basoglu, M. F., Zerir, Z., Kefal, A., & Oterkus, E. (2019). A computational model of peridynamic theory for deflecting behavior of crack propagation with micro-cracks. *Computational Materials Science*, 162, 33-46.
- [29] Wang, Y., Zhou, X., & Kou, M. (2018). Numerical studies on thermal shock crack branching instability in brittle solids. *Engineering Fracture Mechanics*, 204, 157-184.
- [30] Mehrmashhadi, J., Bahadori, M., & Bobaru, F. (2020). On validating peridynamic models and a phase-field model for dynamic brittle fracture in glass. *Engineering Fracture Mechanics*, 240, 107355.
- [31] Anbarlooie, B., & Hosseini-Toudeshky, H. (2019). Peridynamic micromechanical prediction of nonlocal damage initiation and propagation in DP steels based on real microstructure. *International Journal of Mechanical Sciences*, 153, 64-74.
- [32] KARPENKO, Olena, OTERKUS, Selda, et OTERKUS, Erkan. Influence of different types of small-size defects on propagation of macro-cracks in brittle materials. *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, 2020.
- [33] Isiet, M., Mišković, I., & Mišković, S. (2020). Review of peridynamic modelling of material failure and damage due to impact. *International Journal of Impact Engineering*, 103740.
- [34] Oterkus, E., Guven, I., & Madenci, E. (2012). Impact damage assessment by using peridynamic theory. *Open Engineering*, 2(4), 523-531.
- [35] Lee, J., Liu, W., & Hong, J. W. (2016). Impact fracture analysis enhanced by contact of peridynamic and finite element formulations. *Journal of Impact Engineering*, 87, 108-119.
- [36] Bobaru, F., Ha, Y. D., & Hu, W. (2012). Damage progression from impact in layered glass modeled with peridynamics. *Central European Journal of Engineering*, 2(4), 551-561.
- [37] Sun, C., & Huang, Z. (2016). Peridynamic simulation to impacting damage in composite laminate. *Composite Structures*, 138, 335-341.
- [38] Liu, N., Liu, D., & Zhou, W. (2017). Peridynamic modelling of impact damage in three-point bending beam with offset notch. *Applied Mathematics and Mechanics*, 38(1), 99-110.
- [39] AKBARI, M. J. et KAZEMI, S. R. Peridynamic Analysis of Cracked Beam Under Impact. *Journal of Mechanics*, 2020, vol. 36, no 4, p. 451-463.
- [40] Agwai, A., Guven, I., & Madenci, E. (2011). Crack propagation in multilayer thin-film structures of electronic packages using the peridynamic theory. *Microelectronics Reliability*, 51(12), 2298-2305.
- [41] Yu, Y., & Wang, H. (2014). Peridynamic analytical method for progressive damage in notched composite laminates. *Composite Structures*, 108, 801-810.
- [42] Hu, Y. L., De Carvalho, N. V., & Madenci, E. (2015). Peridynamic modeling of delamination growth in composite laminates. *Composite structures*, 132, 610-620.
- [43] Kilic, B., Agwai, A., & Madenci, E. (2009). Peridynamic theory for progressive damage prediction in center-cracked composite laminates. *Composite structures*, 90(2), 141-151.
- [44] Zhou, W., Liu, D., & Liu, N. (2017). Analyzing dynamic fracture process in fiber-reinforced composite materials with a peridynamic model. *Engineering Fracture Mechanics*, 178, 60-67.
- [45] Hu, W., Ha, Y. D., & Bobaru, F. (2012). Peridynamic model for dynamic fracture in unidirectional fiber-reinforced composites. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, 217, 247-261.

- [46] Ghajari, M., Iannucci, L., & Curtis, P. (2014). A peridynamic material model for the analysis of dynamic crack propagation in orthotropic media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 276, 431-452.
- [47] Taştan, A., Yolum, U., Güler, M. A., Zaccariotto, M., & Galvanetto, U. (2016). A 2D Peridynamic Model for Failure Analysis of Orthotropic Thin Plates Due to Bending. *Procedia Structural Integrity*, 2, 261-268.
- [48] Diyaroglu, C., Oterkus, E., Madenci, E., Rabczuk, T., & Siddiq, A. (2016). Peridynamic modeling of composite laminates under explosive loading. *Composite structures*, 144, 14-23.
- [49] Cheng, Z., Zhang, G., Wang, Y., & Bobaru, F. (2015). A peridynamic model for dynamic fracture in functionally graded materials. *Composite Structures*, 133, 529-546.
- [50] Cheng, Z., Liu, Y., Zhao, J., Feng, H., & Wu, Y. (2018). Numerical simulation of crack propagation and branching in functionally graded materials using peridynamic modeling. *Engineering Fracture Mechanics*, 191, 13-32.

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0093641318302453?via%3Dihub>

<https://link.springer.com/article/10.1007/s10704-020-00481-z>

<https://link.springer.com/article/10.1007/s10704-018-00341-x>

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1365160918308505>

<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nme.6189>

<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nme.6189>

<https://link.springer.com/article/10.1007/s42102-020-00032-z>

<https://asmedigitalcollection.asme.org/materialstechnology/article-abstract/143/1/011003/1085118/Dynamic-Crack-Propagation-and-Its-Interaction-With?redirectedFrom=PDF>

https://www.researchgate.net/figure/Crack-propagation-and-variation-of-pressure-distribution-in-case-1-at-three-time-instants_fig15_341266850

<https://asmedigitalcollection.asme.org/materialstechnology/article-abstract/143/1/011003/1085118/Dynamic-Crack-Propagation-and-Its-Interaction-With?redirectedFrom=PDF>