فصلنامه پژوهش در علوم، مهندسی و فناوری
دوره ۸، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۱
صفحات ۱۱۸-۱۲۷
ISSN: 2476-5082
www.uctjournals.com

بررسی عوامل محیطی در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به روش فریر و لوول

پوهنیار مصطفی قادری
عضو کادر علمی دانشکده تعلیم و تربیه دانشگاه بلخ
qaderi.mustafa1988@gmail.com

چکیده

تحلیل اینکه امروزه عوامل محیطی و درکل محیط‌زیست از دغدغه‌های اصلی محافل دانشگاهی و اجرایی بوده است. گزینش مدل مناسبی در این زمینه از اهمیت خاصی برخوردار است.
یکی از این مدل‌ها مدل DEA است که در قالب دو مدل فرعی CCR و BCC قابل استفاده است.
بررسی کارآمدی این مدل‌ها در واحد کارایی و بهره‌وری زیست‌محیطی می‌تواند پژوهش ارزشمندی محسوب گردد.
در این پژوهش معرفی کارایی مطلق، نسبی، واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ها (DMU)، بهره‌وری، بازده به مقیاس‌های ثابت، کاهشی، افزایشی و متغیر همچنان مدل‌های اساسی DEA مانند CCR و BCC، عوامل محیطی مدل‌های DEA به روش فریر و لوول تحت بررسی قرار می‌گیرد. عوامل محیطی مدل‌های DEA به روش فریر و لوول در سه حالت زیر مورد ارزیابی قرار گرفته و نتیجه هر حالت به‌صورت جدا بیان می‌شود.
هرگاه جهت مؤثریت متغیرهای محیطی نامعلوم باشد.
مدلی که در آن متغیرهای محیطی مانند ورودی‌های تحت کنترول و اختیار مدیریت استفاده می‌شوند.
مدلی که متغیرهای محیطی مانند ورودی‌های غیر اختیاری در نظر گرفته می‌شوند و مدیریت کنترولی بر آن نداشته باشد.
این کار اهمیت و ارزش مدل‌های DEA خصوصاً مدل BCC را بیشتر ساخته و نقش ریاضی را در همه بخش‌های زندگی مخصوص زیست‌محیطی با اهمیت جلوه می‌دهد.

کلیدواژه: عوامل محیطی، تحلیل پوششی داده‌ها (DEA).

مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، به‌عنوان یک روش برنامه‌ریزی ریاضی برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیری (DMU) با این فرض نخستین که واحدهای تصمیم‌گیری تحت بررسی نهاده (ورودی) های مشابه برای تولید ستانده (خروجی) های مشابه به کار می‌گیرند، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

DEA از سال ۱۹۷۸ با پایان‌نامه دکترای Edward Rhodes در دانشگاه کارنکی میلون آغاز شد، موصوف با راهنمایی Cooper و Charnes توسعه و پیشرفت تحصیلی دانش آموزان مکاتب ملی امریکا را ارزیابی نمود. این مدل که بنام مدل CCR، (Charnes,Cooper,Rhodes) معروف است، با تبدیل خروجی و ورودی‌های چندگانه یک واحد تصمیم‌گیری به یک ورودی مجازی و یک خروجی مجازی، روش بهینه‌سازی برنامه‌ریزی ریاضی را برای تعمیم اندازه کارایی چند ورودی – یک خروجی فارل به حالت ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه به کاربرد.

مدل اولیه CCR را مدل بازده به مقیاس ثابت نیز می‌نامند و این به آن معنی است که افزایش در مقدار ورودی، منجر به افزایش خروجی به همان نسبت می‌شود.

در سال ۱۹۸۴Banker، Charnes و Rhodesبا تغییر در مدل CCR مدل جدیدی را عرضه کردند که به مدل BCC شهرت یافت. مدل BCC مدلی از DEA است که به ارزیابی کارایی نسبی واحدهای بازده متغیر نسبت به مقیاس می‌پردازد. در بازده متغیر، افزایش خروجی بیشتر یا کمتر از نسبت افزایش در ورودی است

استفاده از مدل DEA علاوه بر تعیین میزان کارایی نسبی و تعیین نقاط ضعف سازمان، با ارائه میزان مطلوب شاخص‌های عملکردی، خط‌مشی سازمان را به‌سوی ارتقای کارایی و بهره‌وری مشخص می‌سازد.

همچنین این روش الگوهای کارا را تعیین می‌نماید. الگوهای کارا واحدهای هستند که با ورودی‌های مشابه واحد ناکارا خروجی‌های بیشتر یا همان خروجی‌ها را با استفاده از ورودی‌های کمتر تولید نموده اند. این تنوع وسیع در نتایج است که موجب شده استفاده از این فن با سرعت فزاینده‌ای رو به گسترش باشد. این فن از بعد تئوری نیز رشد فزاینده‌ای داشته و به یکی از شاخصه‌های فعال در علم تحقیق در عملیات (بهینه سازی) تبدیل شده است.

مدل‌های DEA را از لحاظ نوع مسیر بهبود به دو دسته خروجی محور و ورودی محور تقسیم می‌نمایند. مدل‌های با ماهیت ورودی، تأکید بر کاهش ورودی‌ها جهت کارا شدن دارند و مدل‌های خروجی محور با افزایش میزان ستانده (خروجی) ها برای ارتقاء کارایی واحدهای ناکارا هدف‌گذاری می‌نمایند.

اهداف

این پژوهش (تحقیق) روی اهداف زیر استوار است.

۱. چون **DEA** یک شاخه جدیدی از علم ریاضی است، می‌خواهم این بخش در جامعه آکادمیک کشورم بیشتر رواج پیدا کند.
۲. بیان چگونگی رابطه میان ریاضی و علم زیست‌محیطی
۳. ازدیاد عوامل محیطی در مدل **BCC**
۴. ایجاد تفاوت میان مدل که در آن عوامل محیطی تحت کنترول مدیریت باشند با مدلی که عوامل محیطی زیر کنترول مدیریت نباشند.

پیشینه تحقیق

فارل در سال ۱۹۵۷ مبتنی بر مطالعات دوبرو و کوپمنز (**Dobro and Kopmens**) برای نخستین بار اقدام به محاسبه کارایی کرد. اصول روش کار فارل مقایسه عملکرد بنگاه (شرکت)های موجود در صنعت با بهترین عملکرد بود، فارل جهت سنجش عملکرد بنگاه‌ها نیازمند شاخص و معیاری بود تا مقایسه را بر مبنای آن انجام دهد. بهترین پیشنهاد فارل برای به دست آوردن این شاخص، برآورد تابع تولید مرزی بود.

کارایی زیست‌محیطی نخستین بار توسط اسکالتگر و استون (۱۹۸۸) بیان شد. سپس در گردهمایی شورای جهانی کسب‌وکار (**WBCSD**) سال ۱۹۹۲ برای اولین بار موردبحث قرار گرفت. هدف از ارائه این شاخص، ارزیابی عملکرد زیست‌محیطی بنگاه‌های اقتصادی می‌باشد. از آن زمان تاکنون این شاخص به‌عنوان یک شاخص کلیدی و استراتژیک در جهت سوق دادن فعالیت‌های اقتصادی در راستای حفاظت از محیط‌زیست توسعه پایدار اهمیت یافته است (کورتلاینن و کواسمانن،۲۰۰۵، هیلتنن، ۲۰۰۴).

در ادامه به برخی مطالعات که در زمینه کارایی زیست‌محیطی- اقتصادی در کشور ایران و برخی کشورهای دیگر انجام شده است می‌پردازیم.

در ایران: شفیعی و همکاران (۱۳۸۵) با به‌کارگیری روش تحلیل پوششی داده‌ها به بررسی کارایی فنی، تخصیص و اقتصادی چغندرکاران شهرستان بردسیر پرداختند. میانگین کارایی‌های به‌دست‌آمده برابر ۸۱، ۶۹ و ۵۶ درصد بوده است. به همین ترتیب راسخی و همکاران (۱۳۹۵) کارایی اقتصادی و زیست‌محیطی را در بین ۵۰ کشور منتخب توسعه‌یافته و درحال‌توسعه در طی سال‌های ۲۰۱۲- ۲۰۰۰ با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها مورد ارزیابی قراردادند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان - می‌دهد که میانگین کارایی زیست‌محیطی و اقتصادی ایران به ترتیب برابر ۰،۵ و ۰،۳ می‌باشد؛ اما در کشورهای غیر از ایران: دیسون و همکاران (۱۹۹۸) کارایی فنی گندم کاران را برای سال‌های ۱۹۹۳-۱۹۹۷ در انگلستان با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها مورد تحلیل قرار داده‌اند. نتایج آن‌ها نشان داد که مقیاس بزرگ بودن مزارع، بالا بودن تجزیه کشاورز و داشتن اطلاعات و دانش کشاورز کارایی فنی را افزایش خواهد داد. بیگم و همکاران (۲۰۰۹) با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها به ارزیابی کارایی فنی، اقتصادی و تخصیص مزارع پرورش مرغ در بنگله دیش پرداخته‌اند. کارایی در هر دو مقیاس ثابت و متغیر موردبررسی قرارگرفته است. اوسط کارایی فنی، تخصیصی و اقتصادی ۸۸، ۷۰ و ۶۲ در صد در مقیاس متغیر این اوسط برابر ۸۹، ۷۳ و ۶۶ درصد محاسبه‌شده است. پس با استفاده از مدل توبیت به بررسی عوامل مؤثر بر عدم کارایی پرداخته است. در این ارزیابی متغیرهای تحصیلات، اندازه مزرعه و تجربه کشاورز معنی‌دار شده‌اند، واتکینز و همکاران (۲۰۱۳) با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها به بررسی کارایی فنی، تخصیصی و اقتصادی مزارع برنج آمریکا پرداخته‌اند. نتایج پژوهش نشان داد که اوسط کارایی حاصل‌شده برای سه کارایی فنی، تخصیصی و اقتصادی برابر ۸۹، ۶۲ و ۶۹ درصد می‌باشد. همچنین در نتایج این پژوهش عنوان‌شده است که کارایی تخصیصی بر کارایی فنی کشاورزان تأثیرگذار بوده است، سوزوکی و نیجکمپ (۲۰۱۶) به ارزیابی کارایی زیست‌محیطی – انرژی با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها در کشورهای اتحادیه اروپا و انجمن ملل آسیای جنوب شرقی و همکاری اقتصادی آسیا و اقیانوس آرام طی سال‌های ۲۰۱۲-۲۰۰۳ پرداخته‌اند. انرژی مصرفی و جمعیت به‌عنوان نهاده و میزان $\mathbf{CO_2}$ و **GDP** به‌عنوان خروجی‌های این پژوهش استفاده‌شده‌اند. نتایج آن‌ها نشان داد که کشورهای اروپایی بالاترین کارایی زیست‌محیطی انرژی را دارا می‌باشند.

واحد تصمیم‌گیرنده

هدف از یک واحد تصمیم‌گیرنده DMU، (Decision Making Unit) عبارت از واحدی است که با دریافت یک وکتور ورودی مانند $X=(x_1,x_2,...,x_n)$ یک وکتور خروجی مانند $Y=(y_1,y_2,...,y_n)$ را تولید می‌نماید. منظور از واحدهای تصمیم‌گیرنده متجانس عبارت از واحدهای است که عمل مشابه دارند و با دریافت ورودی‌های مشابه خروجی‌های مشابه تولید می‌کنند. مانند شعبه‌های یک بانک، واحدهای متجانس هستند که با دریافت امکاناتی مانند پرسونل، فضای اداری، کمپیوتر، ... به جمع‌آوری سپرده، حصول سود و عرضه خدمات می‌پردازند. از آنجا که مدیران این واحدها با مدیریت خود و اعمال سیاست‌ها و ادغام ورودی‌ها این خروجی‌ها را تولید می‌کنند آن‌ها را تصمیم‌گیرنده می‌نامند.

لذا کلمه تصمیم‌گیرنده به معنی این است که در چگونگی استفاده از X و ادغام و پردازش آن می‌توانند تصمیم‌گیری نمایند.

کارایی

در مسائل تصمیم‌گیری، کارایی یعنی خوب کار کردن، حاصل مقایسه شاخص‌های درون سازمانی است.

اثربخشی یعنی کار خوب کردن و به کیفیت کار مربوط است و بهره‌وری تابعی از کارایی اثربخشی است و به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\text{بهره‌وری } (1) = f\left(\text{اثربخشی،کارایی}\right)$$

که ماهیت f نا مشخص است. کارایی هر واحد حاصل مقایسه شاخص‌های آن واحد با معیارهای می باشد و از آنجا که معیار شاخص‌ها می‌تواند از بیرون یا داخل جامعه باشد. کارایی مطلق و کارایی نسبی تعریف می‌شوند.

واحدی را در نظر می‌گیریم که با دریافت ورودی x خروجی y را تولید می‌کند در این صورت کارایی را به شکل زیر تعریف می‌نمائیم:

$$\text{کارایی } (2) = \frac{\text{خروجی}}{\text{ورودی}}$$

همچنین اگر ورودی و خروجی چندگانه داشته باشیم، کارایی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{کارایی} = \frac{u_1y_1+u_2y_2+\ldots+u_ny_n}{v_1x_1+v_2x_2+\ldots+v_nx_n} = \frac{\sum_{j=1}^{n}u_jy_j}{\sum_{j=1}^{n}v_jx_j} \qquad (3)$$

که در آن x_i ها ورودی‌ها، y_jها خروجی‌ها هستند. همچنین v_iها و u_j به ترتیب هزینه ورودی i ام و قیمت خروجی j ام هستند. کارایی فوق به کارایی اقتصادی معروف است.

کارایی مطلق

فرض نمائیم برای واحدهای تصمیم‌گیرنده خاص معیار جهانی برای یک واحد ورودی، خروجی برابر با y^*باشد.

اگر واحد تصمیم‌گیرنده با مصرف یک واحد ورودی، y_o واحد خروجی تولید کند در این صورت کارایی مطلق به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\text{کارایی مطلق} = \frac{y_0}{y^*}$$

کارایی نسبی

فرض کنید واحد تصمیم‌گیرنده j ام با صرف ورودی x_j، خروجی y_j را تولید نموده است. کارایی نسبی برای واحد kام که آن را با RE_k نشان می‌دهیم به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$RE_k = \frac{\frac{y_k}{x_k}}{Max\left\{\frac{y_j}{x_j} : j=1,2,3,\ldots,n\right\}} \qquad (5)$$

بازده به مقیاس

برای هر جامعه از DMU ها ساختار خاصی وجود دارد. یکی از این ساختارها بازده به مقیاس است. یعنی اگر سایز این واحدهای اندازه‌گیری را تغییر دهیم، به چه میزان در کارایی تأثیرگذار خواهد بود. بازده به مقیاس را به‌صورت RTS نیز نشان می‌دهند. بازده به مقیاس به انواع چون بازده به قیاس ثابت، بازده به مقیاس افزایشی، بازده به مقیاس کاهشی و بازده به مقیاس متغیر تقسیم می‌شود.

۱. بازده به مقیاس ثابت: هرگاه x افزایش یابد آنگاه y هم به همان نسبت افزایش یابد مانند افزایش نیروهای کارگر در یک سازمان.

۲. بازده به مقیاس افزایشی: اگر x افزایش یابد آنگاه y به نسبت بیشتر افزایش پیدا کند، مانند افزایش یک نیروی متخصص در یک سازمان.
۳. بازده به مقیاس کاهشی: اگر x افزایش یابد آنگاه y به نسبت کمتری افزایش یابد، مانند افزایش یک نیروی غیرمتخصص در یک سازمان.
۴. بازده به مقیاس متغیر: **اگر x افزایش یابد آنگاه** y به شکل‌های مختلف افزایش پیدا کند، مانند آبیاری درختان که ممکن است برای بعضی از درختان با افزایش آبیاری محصول کمتر بدهند ولی بعضی دیگر افزایش محصول خواهند داشت.

مدل‌های DEA

بحث DEA با دو مدل اساسی CCR و BCC آغاز می‌شود، طوری که مدل نخستین عبارت از نسبت مجموع موزون ورودی‌ها بر مجموع موزون خروجی‌ها است با استفاده از روش‌های موجود به یک مدل خطی تبدیل می‌شود که فرم مضربی پوششی ورودی محور و خروجی محور را دارا است.

به همین ترتیب مدل دوم که با ازدیاد یک قید در مدل نخستین حاصل می‌شود دارای فرم‌های ورودی و خروجی می‌باشد.

اکنون به معرفی مدل CCR ورودی محور و معرفی مدل BCC ورودی محور می‌پردازیم:

مدل CCR ورودی محور

صورت پوششی مدل CCR در ماهیت ورودی محور قرار ذیل است:

$$Min\theta$$

$$st:$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij} \le \theta x_{io},\ \ i=1,2,...,m$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj} \ge y_{ro},\ \ r=1,2,...,s$$

$$\lambda_j \ge 0$$

$$\theta = \max\left(\frac{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}}{x_{io}} / 1 \le i \le m\right)$$

مدل ۱: مدلی CCR ورودی محور

مدل BCC ورودی محور

صورت مضربی مدل BCC ورودی محور طور زیر است:

$$\min \theta$$

$$st:$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j \le \theta x_o$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j \ge y_o$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \ge 0$$

مدل ۲: مدل مضربی **BCC** ورودی محورد

روش کار

با توجه به‌کاربرده‌ای وافر مدل‌های DEA در بخش‌های مختلف آموزشی، اقتصادی، زیست‌محیطی و غیره در این رساله بیشتر به کاربرد مدل‌های مذکور درباره عوامل محیطی پرداخته شده است.

از منابع معتبر بین‌المللی چون کتاب‌ها و مقالات از ژورنال‌های مختلف به شکل تحقیق کتابخانه‌ای استفاده صورت گرفته است.

عوامل محیطی در مدل‌های **DEA** به روش فریر و لوول

عوامل محیطی عبارت از آن عواملی اند که به کنترول مدیریت وابستگی ندارند، برکارایی واحد تأثیرگذار بوده و بر میزان ورودی‌ها و خروجی‌ها نیز مؤثرند، به‌طور معمول ورودی یا خروجی به‌حساب نمی‌آیند. موارد زیر نمونه‌ای از متغیرهای محیطی هستند.

۱. تفاوت در مالکیت واحدها مانند واحدهای «خصوصی، دولتی یا تعاونی»، «سهامی، غیر سهامی» و ...

۲. موقعیت مکانی واحدها

۳. اندازه قدرت اتحادیه‌های کارگری

۴. قوانین و مقررات

روش‌های متعددی برای بررسی عوامل محیطی در به‌کارگیری مدل DEA مانند شیوه‌های زیر وجود دارد.

۱. روش بنکر و موری ۲. روش CCR ۳. روش فریر و لوول

۴. روش دومرحله‌ای ۵. روش متغیرهای در اختیار و خارج از اختیار مدیریت

مطابق به‌عنوان مقاله صرف به بیان روش فریر و لوول می‌پردازیم.

روش فریر و لوول

در این روش متغیرهای محیطی به‌طور مستقیم وارد مدل برنامه‌ریزی خطی DEA می‌شوند. این متغیرها می‌توانند مانند ورودی، خروجی، یا متغیرهای خنثی به‌صورت اختیاری (تحت کنترول مدیریت) یا غیر اختیاری (عدم کنترول مدیریت) فرض شوند. این روش را می‌توان در سه حالت به کاربرد.

در روش‌های زیر متغیرهای محیطی به‌صورت ورودی مورد بحث قرار می‌گیرند و موارد که به‌صورت خروجی ظاهر می‌شوند به علت مشابه بودن با این روش‌ها مطرح نمی‌شوند، در این حالت کافی است آن‌ها را معکوس نموده به‌عنوان ورودی وارد مدل نمائیم.

۱. هرگاه جهت مؤثریت متغیرهای محطی نامعلوم باشد، این متغیرها را می‌توان به‌صورت معادله وارد مدل DEA نمود. به‌طور مثال مدل ورودی محور BCC را در نظر می‌گیریم

در مدل ورودی محور BCC ورود k متغیر محیطی برای ارزیابی واحد j که با Z_{lj} $(l=1,2,3,...,k)$ نمایش داده می‌شود مدل را به‌صورت زیر تغییر می‌دهد.

$$\min Z_o = \theta$$
$$st:$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad (r = 1,2,3,\ldots,s)$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad (i = 1,2,3,\ldots,m)$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j Z_{lj} = Z_{lo} \quad (l = 1,2,3,\ldots,k)$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$
$$\lambda_j \geq 0 \quad (j = 1,2,\ldots,n)$$

مدل ۳: مدلی با متغیرهای محیطی (۱)

در مدل فوق باورمندی وجود دارد که واحد تحت بررسی فقط از نظر تیوریک با واحد مرزی (کارایی) مقایسه می‌شود که دارای شرایط محیطی یکسانی است. دو نکته را باید در نظر گرفت.

۱. این تغییر می‌تواند باعث کاهش مجموعه مرجع واحد تحت بررسی و در نتیجه بالا رفتن امتیاز کارایی آن شود.

۲. در بعضی از موارد مقایسه واحد زیر بررسی با سایر واحدهای که از نظر شرایط محیطی بهتر هستند نامناسب است.

همچنان در مدل فوق ترکیب خطی $\sum_{l=1}^{k} \lambda_j Z_{lj}$ نشان دهنده وضعیت محیطی زیر بررسی است که در آن می‌توانند واحدهای با شرایط محیطی بهتر و بدتر وجود داشته باشند. طور مثال، مؤثریت تراکم جمعیت را در تحلیل کارایی شرکت‌های توزیع انرژی در نظر گیریم.

هرگاه در اندازه‌گیری کارایی شرکت تحت بررسی از یک یا چند شرکت که دارای تراکم جمعیت بالاتری نسبت به او هستند استفاده شود. در ارزیابی عملکرد این واحد اثرگذار خواهد بود.

2. مدل که در آن متغیرهای محیطی مانند ورودی‌های تحت کنترول و اختیار مدیریت به کار گرفته می‌شوند.

$$\min Z_o = \theta$$
$$st:$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad (r = 1,2,3,\ldots,s)$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad (i = 1,2,3,\ldots,m)$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j Z_{lj} \leq \theta Z_{lo} \quad (l = 1,2,3,\ldots,k)$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$
$$\lambda_j \geq 0 \quad (j = 1,2,\ldots,n)$$

مدل ۴: مدلی با متغیرهای محیطی (۲)

در این روش با متغیرهای محیطی مانند ورودی‌های معمولی برخورد می‌شود. مزیت این روش آن است که واحد تحت بررسی از نظر تئوریک فقط با واحدی مقایسه می‌شود که در شرایط محیطی بهتر از آن نیست. به عبارت دیگر شرایط محیطی یکسان یا بدتری نسبت به آن دارد. در این روش فرض بر آن است که متغیرهای محیطی می‌توانند مانند ورودی‌های معمولی با توجه به تأثیر θ کاهش یابند. این امر نقصی در کاربرد این روش محسوب می‌شود.

۳. هرگاه متغیرهای محیطی مانند ورودی‌های غیر اختیاری در نظر گرفته شوند و مدیریت کنترولی بر آن نداشته باشد، مدل به‌صورت زیر خواهد شد.

$$\min \theta$$

$$st:$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad (r = 1,2,3,...,s)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} \quad (i = 1,2,3,...,m)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j Z_{lj} \leq Z_{lo} \quad (l = 1,2,3,...,k)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \qquad (j = 1,2,...,n)$$

مدل ۵: مدلی با متغیرهای محیطی (۳)

در این حالت θ از سومین مجموعه محدودیت‌های مدل حذف شده است. در اینجا نیز واحد تحت بررسی تنها با واحدی مقایسه می‌شود که از آن برتر نیست. باوجود این، فرض آنکه واحد زیر بررسی بتواند در محیطش مؤثر باشد، وجود ندارد و به این سبب است که متغیرهای محیطی در محاسبه امتیاز کارایی وارد نمی‌شوند.

نتیجه‌گیری

امروزه جهان در حال تغییر است، بشر در حال پیشرفت در بخش‌های مختلف علمی، تکنولوژی و غیره می‌باشد، در کل بهینه‌سازی که یک شاخه از علم ریاضی کاربردی است و DEA نیز یک جزء از بهینه‌سازی بوده که در بخش‌های مختلف چون اقتصاد، مدیریت، محیط‌زیست و غیره کاربرد وافری دارد.

در این مقاله که بررسی کارکردهای علمای مختلف در بخش‌های متفاوت زیست‌محیطی با رویکرد DEA، معرفی مدل‌های CCR و BCC و ازدیاد شرایط محیطی در مدل BCC به روش فریر و لوول به بحث گرفته شده. روش فریر و لوول در حالات ذیل بررسی شده است.

۱. هرگاه جهت مؤثریت متغیرهای محیطی نامعلوم باشد، این متغیرها را می‌توان به‌صورت معادله وارد مدل DEA کرد.
۲. مدل که در آن متغیرهای محیطی مانند ورودی‌های تحت کنترول و اختیار مدیریت به کار گرفته می‌شوند، مزیت این روش در آن است که واحد زیر بررسی از تئوریک فقط با واحدی مقایسه می‌شود که در شرایط محیطی بهتر از آن نیست.
۳. اگر متغیرهای محیطی مانند ورودی‌های غیر اختیاری در نظر گرفته شوند و مدیریت کنترولی برآن نداشته باشد، تفاوت عمده این حالت با حالت دوم در این است که در این حالت θ از سومین مجموعه محدودیت‌های مدل حذف شده است.

نگارش این مقاله نقش ریاضی در علم زیست‌محیطی را نشان می‌دهد.

منابع

۱. جهانشاه لو، غلامرضا، لطفی، فرهاد حسین زاده، نیکو مرام، هاشم.(۱۳۹۵). ***تحلیل پوششی داده‌ها و کاربردهای آن***. تهران: دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات.
۲. دادگر، یدالله، نیک نعمت، زهرا.(۱۳۸۶). ***کاربرد مدل‌های DEA در ارزیابی کارایی واحدهای اقتصادی، مطالعه موردی سرپرستی‌های بانک تجارت***. دو فصلنامه علمی- پژوهشی جستارهای اقتصادی، سال چهارم، شماره هفتم، بهار و تابستان.

۳. زمانی، حسن. (۱۳۹۱). ***تحلیل هزینه – فایده با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها.*** پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشکده علوم ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی.

۴. کوپر، ویلیام. سیفورد، لورنس. تن، کورا.(۲۰۱۲). ***تحلیل پوششی داده‌ها، مدل‌ها و کاربردها،*** ترجمه: سید علی میرحسنی. (۱۳۹۶).

۵. محمدی اردکانی، مجید علی، سعید اردکانی، سعید، صبادی تورانلو، حسین.(۱۳۹۰). ***ارزیابی کارایی نسبی نیروی انسانی مراکز بهداشت شهرستان‌های استان یزد با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌ها.*** مجله علمی دانشگاه علوم پزشکی رفسنجان، دوره دهم، شماره چهارم زمستان.

۶. مهرگان، م. رضا.(۱۳۹۵). ***تحلیل پوششی داده‌ها: مدل‌های کمی در ارزیابی عملکرد سازمان‌ها،*** تهران: نشر کتاب دانشگاهی.

7. Khodabakhshi, M. Aryavash,K. (2012).***The fair allocation of common fixed cost or revenue using DEA concept***, Annals of Operations Research.
8. Khodabakhshi, M. Aryavash,K. (2012).***The fair allocation of common fixed cost or revenue using DEA concept***, Annals of Operations Research.
9. Kumar, S. and M. Khana.(2009). "Measurement of Enveronmental Development Economic, Vol.14.
10. Kumar, S. and M. Khana.(2009). "Measurement of Enveronmental Development Economic, Vol.14.
11. Mahlberg, Bernhard, Luptacik, Mikulas.(2014).***Eco-efficiency and eco- productivity change over time in a multisectoral economic system.*** European Journal of Operational Research. WWW.elsevier.com.
12. Mahlberg, Bernhard, Luptacik, Mikulas.(2014).***Eco-efficiency and eco- productivity change over time in a multisectoral economic system.*** European Journal of Operational Research. WWW.elsevier.com.
13. Qiang Li, Joshua, Sue McNeil.(2019).***Data envelopment analysis for highway asset investment assessment.*** Journal of Traffic and Transportation Engineering.06.001.
14. Qiang Li, Joshua, Sue McNeil.(2019).***Data envelopment analysis for highway asset investment assessment.*** Journal of Traffic and Transportation Engineering.06.001.
15. Sharifian, Sahar, Ebrahimi, Abolghasem, and Alimohammadlou, Moslem.(2017).***An application of window data envelopment analysis methodology with double frontier in the performance assessment Shiraz university colleges,*** Decision Science Letters6.
16. Sharifian, Sahar, Ebrahimi, Abolghasem, and Alimohammadlou, Moslem.(2017).***An application of window data envelopment analysis methodology with double frontier in the performance assessment Shiraz university colleges,*** Decision Science Letters6.
17. W.W. Cooper, L.M. Seiford and J. Zhu. (1999). "A Unified Additive Model Ap- proach for Evaluating Inefficiency and Congestion with Associated Measures in DEA," Socio-economic Planning Sciences (to appear). See also the responses by R. Fare and S. Gross Kopf in this same journal.
18. W.W. Cooper, L.M. Seiford and J. Zhu. (1999). "A Unified Additive Model Ap- proach for Evaluating Inefficiency and Congestion with Associated Measures in DEA," Socio-economic Planning Sciences (to appear). See also the responses by R. Fare and S. Gross Kopf in this same journal.